

**Licence « Sciences pour l'ingénieur »**

**DS 2.3 - Énergétique et circuits électriques**

**Franco FERRUCCI**  
franco.ferrucci@upf.pf

# Contenu

## Condensateurs

- Relation « charge » vs « tension » : Capacitance
- Relation « courant » vs « tension » : mode intégral et dérivatif
- Énergie stockée dans un condensateur
- Réponse lorsqu'on fixe la tension ou le courant du condensateur
- Comportement des condensateurs dans un circuit en C.C.
- Condensateurs en série et en parallèle
- Paramètres principaux des condensateurs réels



# Condensateurs

# Condensateurs

## Introduction

### Résistances vs. éléments de stockage

- Les résistances **dissipent l'énergie** électrique sous forme de **chaleur**.
- Les condensateurs et les bobines ne dissipent pas l'énergie :
  - ils la **stockent** temporairement
  - ils peuvent la **restituer** ultérieurement.

Pourquoi étudier les condensateurs et les bobines ? 

- Essentiels dans les circuits complexes :

**Communication, puissance, traitement du signal, ...**

# Condensateurs

## Intro

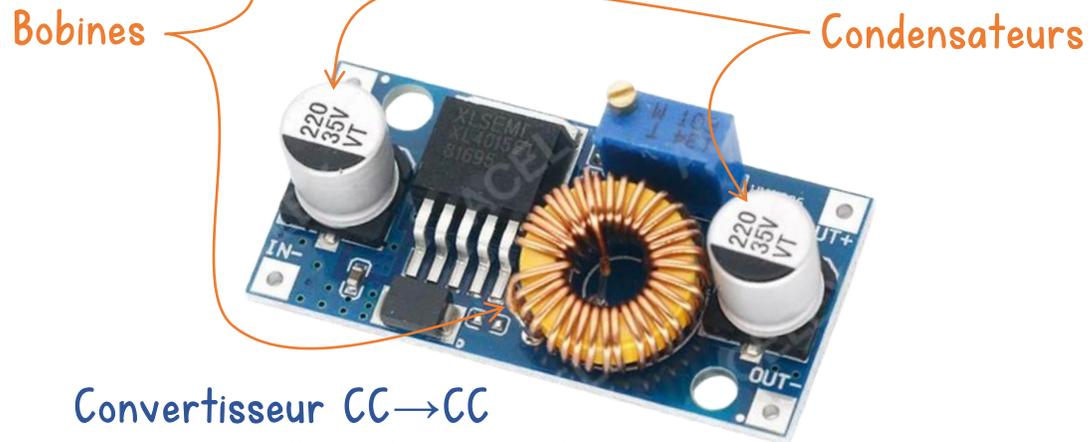
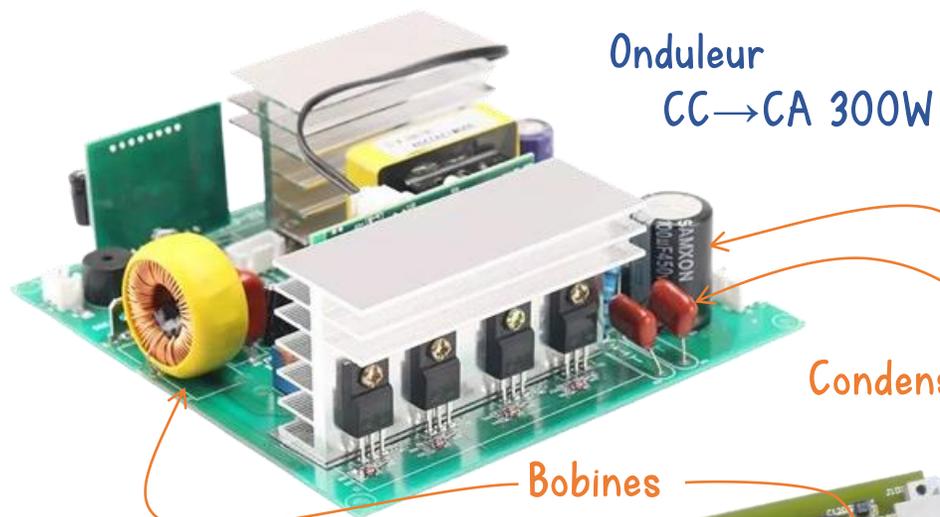
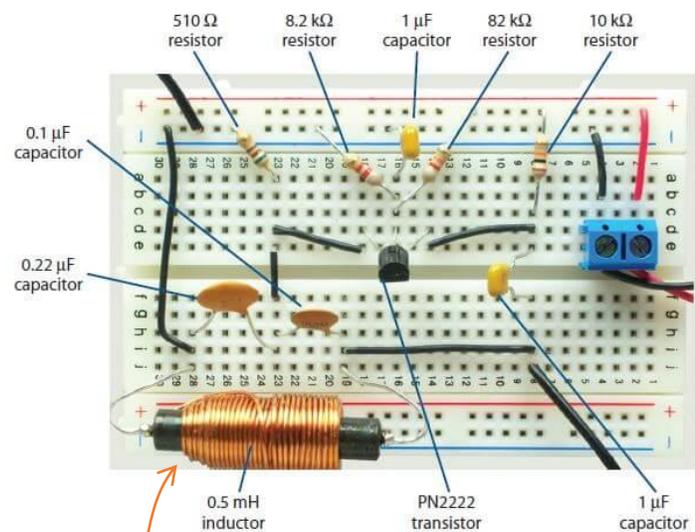
## Résis

- Le
- Le

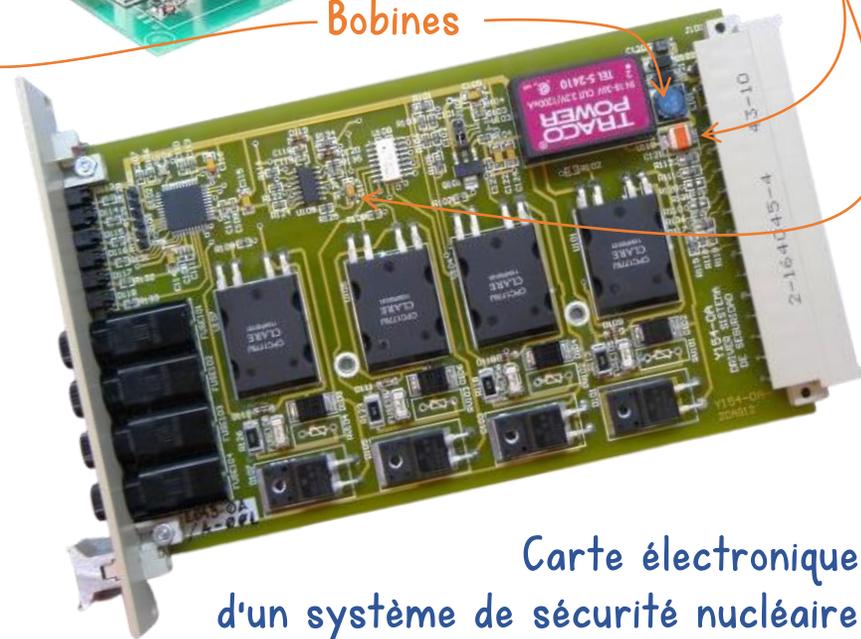
## Pour

- Es

### Oscillateur type « Colpitts » :



Convertisseur CC → CC  
Entrée : 4..38V - Sortie : 1.25V..36V

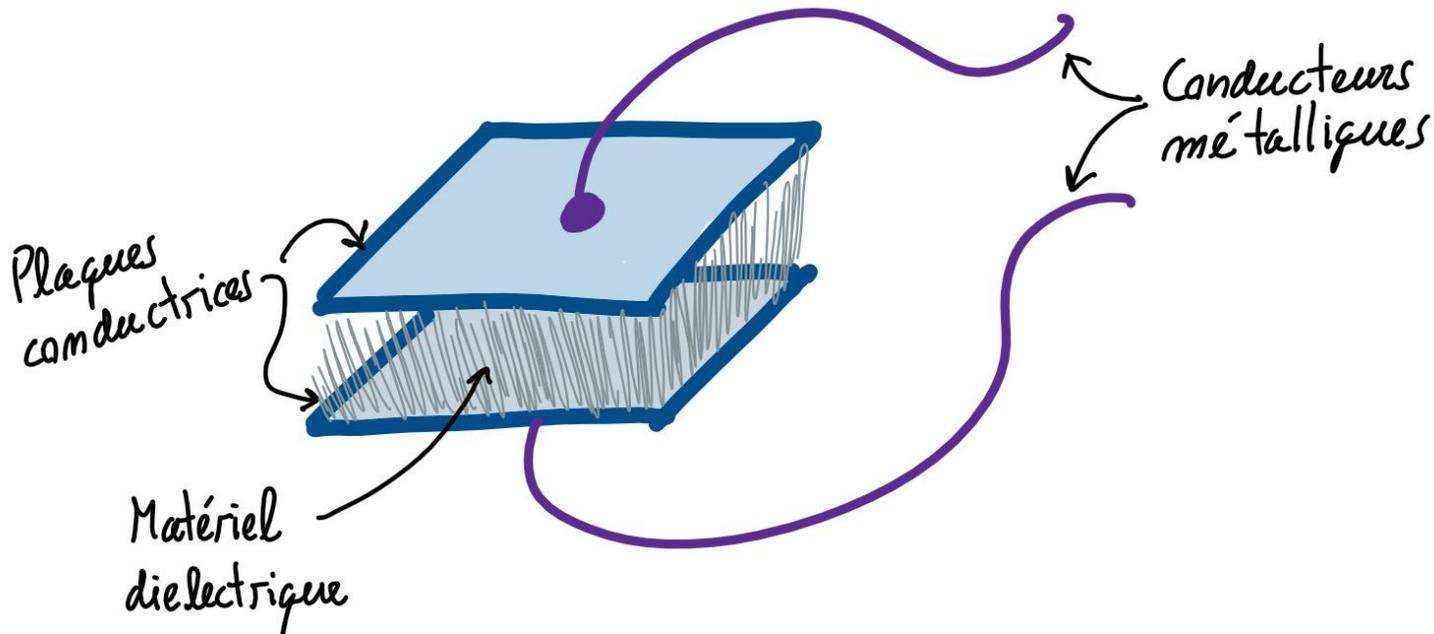


# Condensateurs

## Introduction

Dans sa version la plus simple, un condensateur est composé :

- de **deux plaques conductrices**
- séparées par un **isolant** (ou **diélectrique**)



Condensateur polarisé : peut fonctionner dans un seul sens de tension... sinon ☠ ☠

### Symboles

Condensateurs non-polarisés



Condensateurs polarisés



# Condensateurs

## Introduction

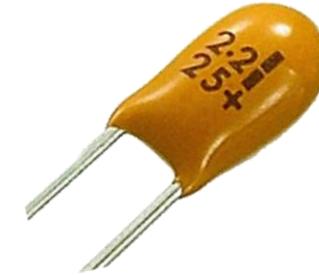
Dans sa

- de d
- sépa

Condensateurs pour le démarrage des moteurs (non polarisés)



Condensateurs électrolytiques (polarisés)



Condensateurs de Tantale (polarisés)

Condensateurs céramiques (non polarisés)



Condensateurs de montage superficiel sur des carte électroniques



Chaque type a ses usages, avantages et limites !   
Capacité, tension max, stabilité, taille, coût...

arisé : peut  
un seul sens  
non  

sateurs  
risés



Plaques conductrices

Matériel diélectrique

# Condensateurs

## Principe de fonctionnement

Lorsqu'on connecte une **source d'alimentation électrique** au condensateur :

- La source **déplace des électrons** d'une plaque vers l'autre
- Une plaque accumule des électrons → elle devient **négative**
- L'autre plaque perd des électrons → elle devient **positive**  
(car les **ions positifs fixes** du matériau sont alors "exposés")

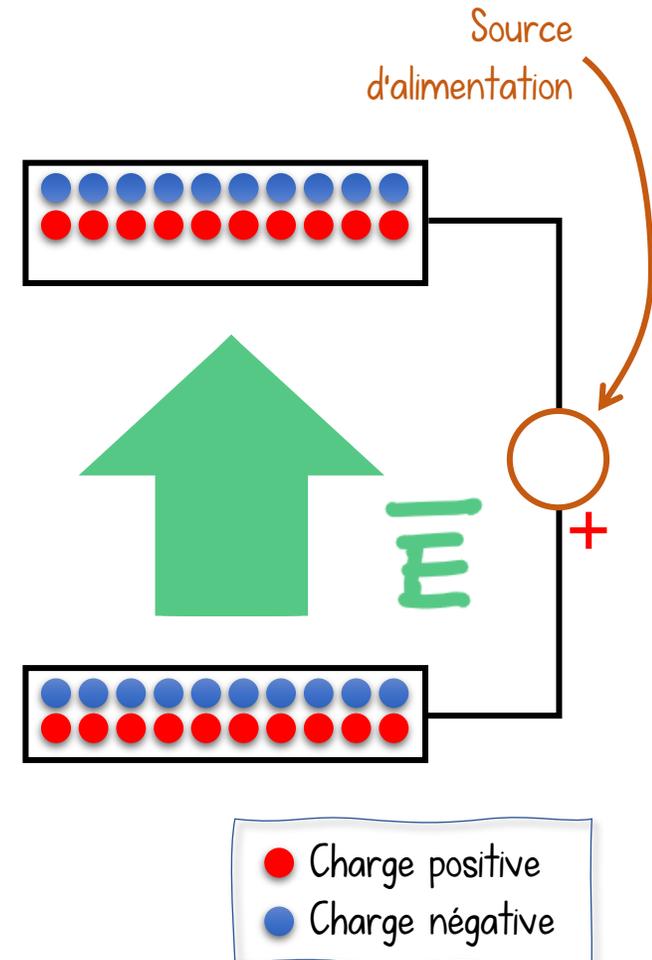
Résultat : Un **champ électrique** s'établit entre les deux plaques

Qui fournit l'énergie pour déplacer tous ces électrons ?

Réponse : la **source d'alimentation**

Cette énergie...  
est-elle perdue ?

Réponse : non ! elle  
est stockée sous  
forme **d'énergie du  
champ électrique**



# Condensateurs

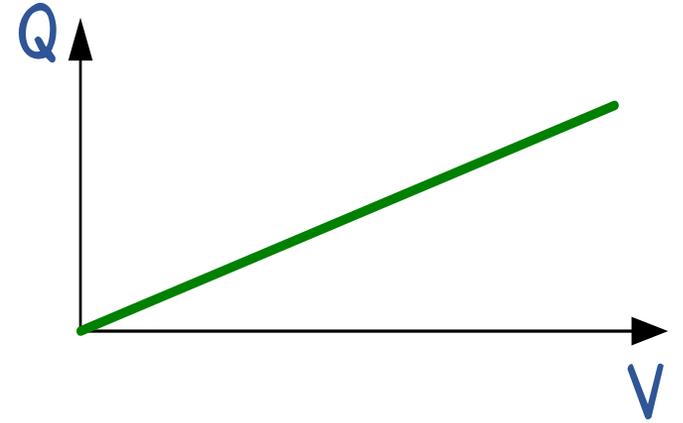
## « Capacité » du condensateur

- On trouve que la tension  $V$  entre les deux plaques est **proportionnelle** à la charge totale séparée  $Q$  :

$$Q \propto V$$

- La constante de proportionnalité s'appelle « Capacité » :

$$Q = C.V$$



- L'unité de la « capacité » est le **Farad**.  
 $1 \text{ Farad} = 1 \text{ Coulomb/Volt}$
- Les condensateurs « classiques » ont des capacités de l'ordre de nF,  $\mu\text{F}$ , mF.  
(« supercondensateurs :  $\approx 1 \text{ F}$ )

# Condensateurs

## « Capacité » du condensateur

La capacité ne dépend pas directement de  $Q$  ou de  $V$  !

- Même si on a  $C = Q/V$ , cette relation permet de définir la capacité ...mais ne dit pas de quoi elle dépend physiquement.
- En réalité, elle dépend des paramètres géométriques et physiques :
  - la **surface des plaques** ( $A$ ,  $m^2$ )
  - la **distance entre les plaques** ( $d$ ,  $m$ )
  - le matériau isolant entre les plaques (**permittivité**  $\epsilon$ )

# Condensateurs

« C

## Qu'est-ce que la permittivité $\epsilon$ ?

- C'est une caractéristique du matériau isolant (ou diélectrique).
- Elle mesure la **capacité du matériau à laisser « passer » un champ électrique.**

Deux types :

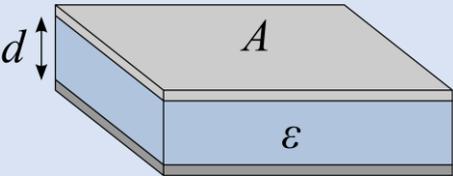
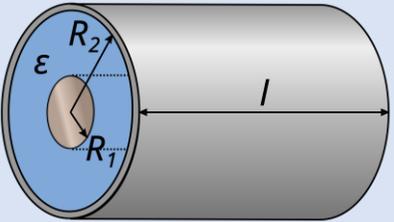
- $\epsilon_0$  : **permittivité du vide** : constante fondamentale  $\approx 8,85 \times 10^{-12}$  F/m
- $\epsilon_r$  : **permittivité relative** du matériau : sans unité  
Dépend du matériau (ex. : air  $\approx 1$ , céramique  $\approx 1$  à  $10^4$ )

Formule complète :  $\epsilon = \epsilon_0 \times \epsilon_r$

# Condensateurs

## « Capacité » du condensateur

Exemples de capacité pour deux géométries :

	Désignation	Capacité	Champ électrique
	Condensateur plan	$C = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d}$	$E = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r A}$
	Condensateur cylindrique	$C = 2\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{l}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$	$E(r) = \frac{Q}{4\pi r^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r}$

# Condensateurs

## Relation « courant » vs « tension »

On part de la définition de la capacité :



$$Q = C.V$$

Mais dans un circuit, on s'intéresse souvent au **courant**, qui est le **débit de charge** :



$$i(t) = \frac{dQ(t)}{dt}$$

En **dérivant**  $Q = C \times V$  dans le temps :



$$\frac{dQ(t)}{dt} = C \frac{dV(t)}{dt}$$

On obtient la **relation fondamentale** :

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

Équation  
différentielle



Systeme dynamique !

# Condensateurs

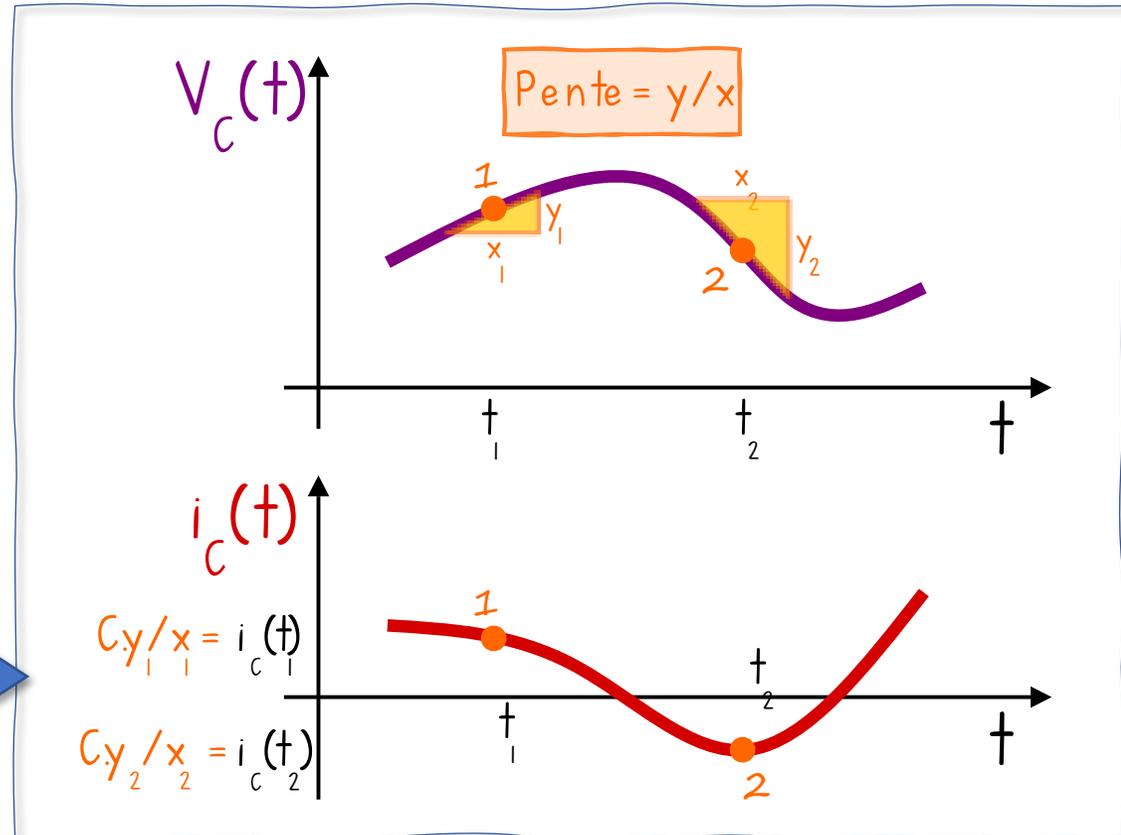
## Relation « courant » vs « tension »

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

Il s'agit d'une relation entre la tension  $V(t)$  et le courant  $i(t)$  qui est valable à tout instant.

La pente de la tension, multipliée par  $C$ , est égale au courant au même instant.

Exemple →



# Condensateurs

## Relation « courant » vs « tension »

Pour comprendre le fonctionnement, on peut commencer par étudier deux cas particuliers :

- On **fixe** la **tension**  $V(t)$  et on **calcule** le **courant**  $i(t)$
- On **fixe** le **courant**  $i(t)$  et on **calcule** la **tension**  $V(t)$

En forme de diagramme en blocs :



# Condensateurs

## Relation « courant » vs « tension »

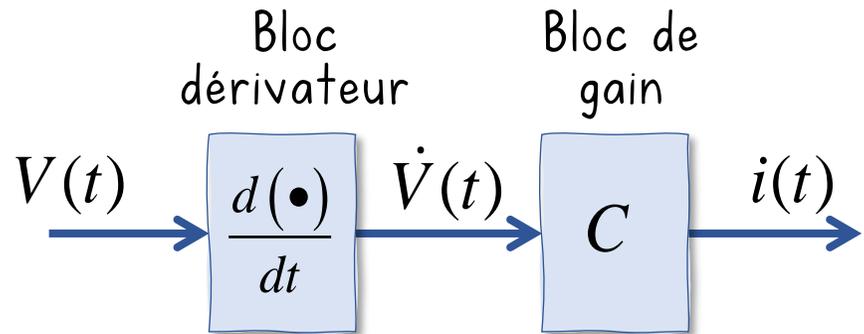
Cas 1 :

On connaît la tension  $V(t)$

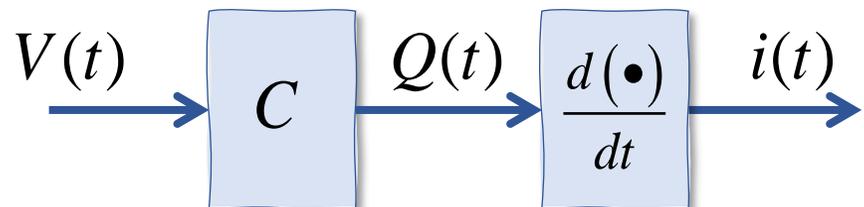
On calcule le courant  $i(t)$  en dérivant  $V(t)$

$$i(t) = C \frac{dV(t)}{dt}$$

En forme de **diagramme en blocs** développé :



Ou aussi :



- Un diagramme en blocs montre comment **l'information circule** à travers des **opérations mathématiques**.
- Les flèches traduisent **l'ordre causal** : chaque bloc transforme son entrée en sortie, **indépendamment de la nature physique du système**.

# Condensateurs

Rel

Cas

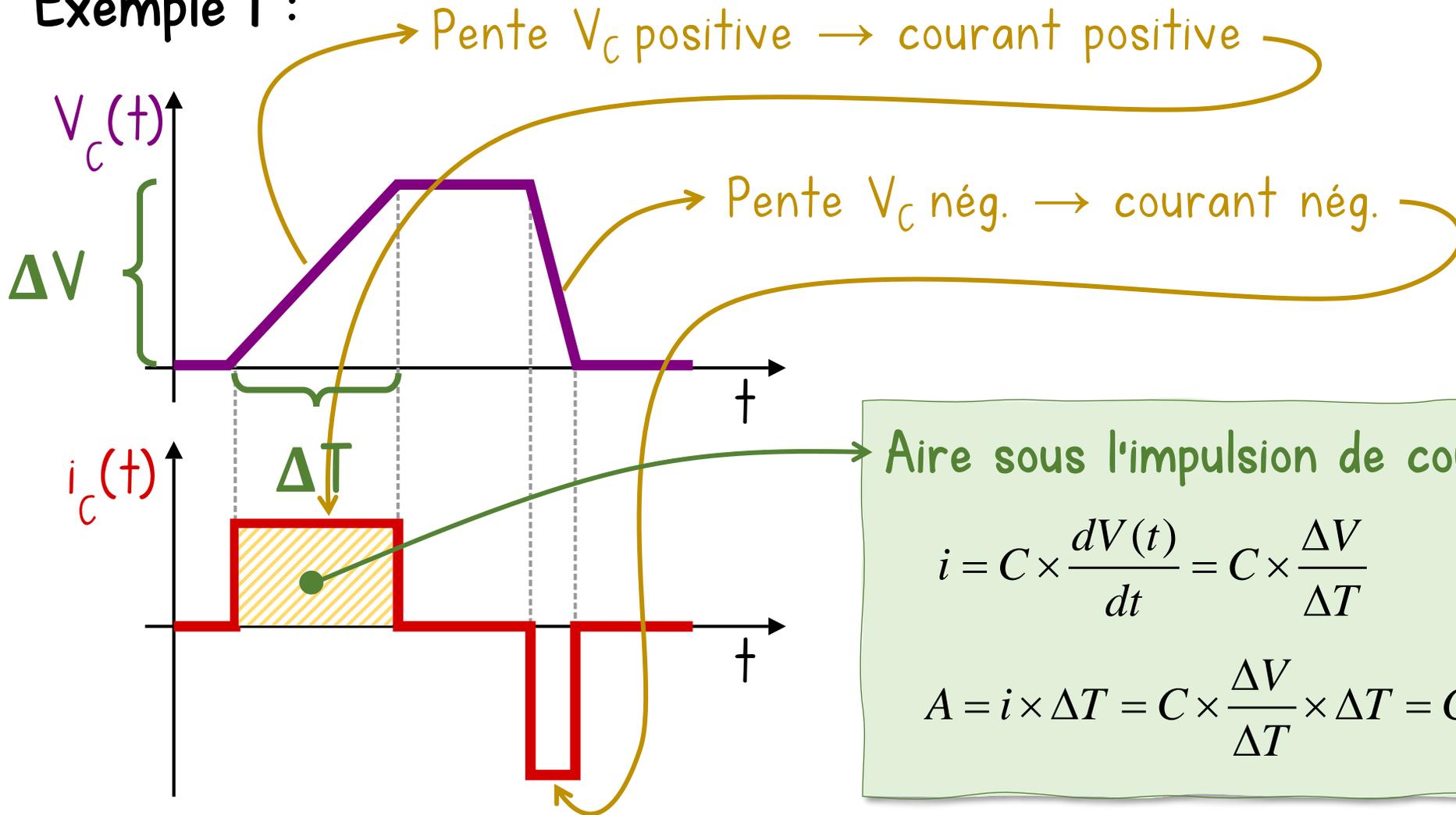
En f

$V(t)$

Ou aus

$V(t)$

Exemple 1 :



bloc  
nent

de la nature physique du système.

# Condensateurs

Rel

Cas

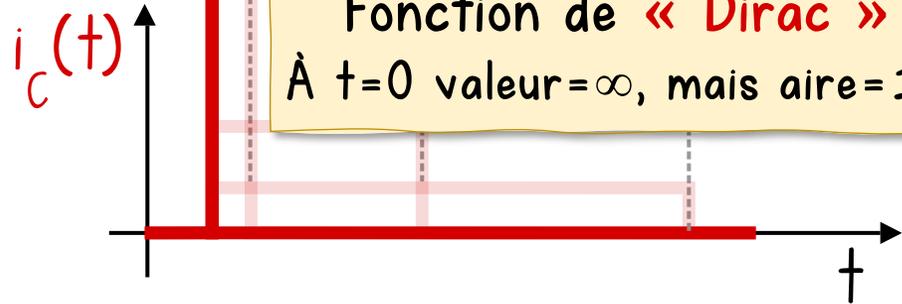
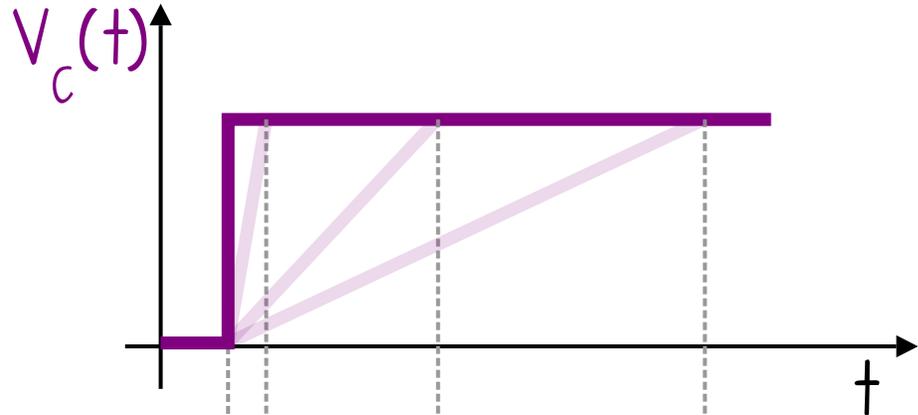
En f

V(t)

Ou aus

V(t)

## Exemple 2 : Réponse du courant à un saut de tension



$$i_C(t) = C \times \Delta V \times \delta(t)$$

Fonction de « Dirac »

À  $t=0$  valeur  $= \infty$ , mais aire  $= 1$

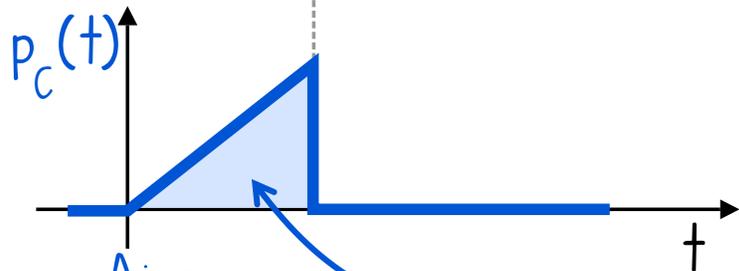
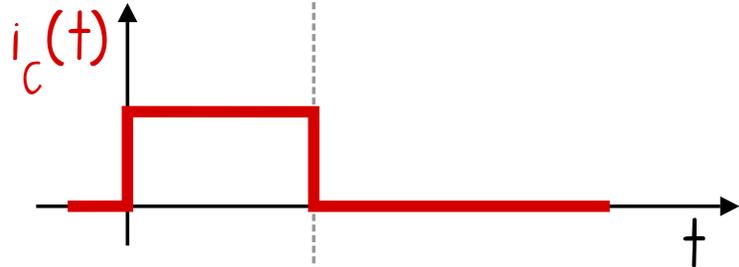
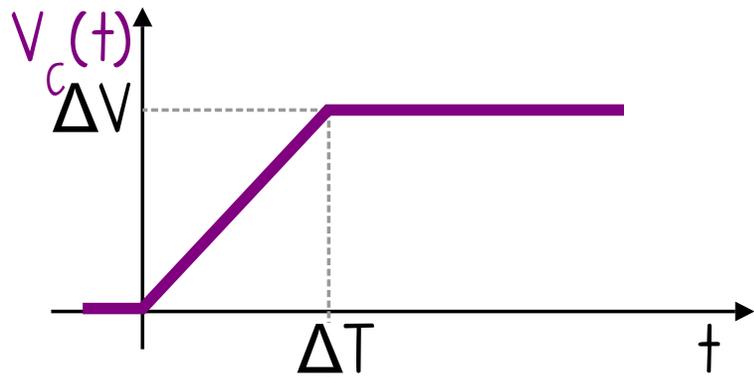
Question : ce pic infini a-t-il une énergie infinie ?

Si la tension aux bornes du condensateur subit un saut, il en résulte un pic de courant de valeur théoriquement infinie, mais d'aire finie :  $A = C \times \Delta V$

de la nature physique du système.

bloc  
nent

## Exemple 3 : Calcul de la puissance $p_C(t)$ et l'énergie $E_C$



Aire sous la courbe

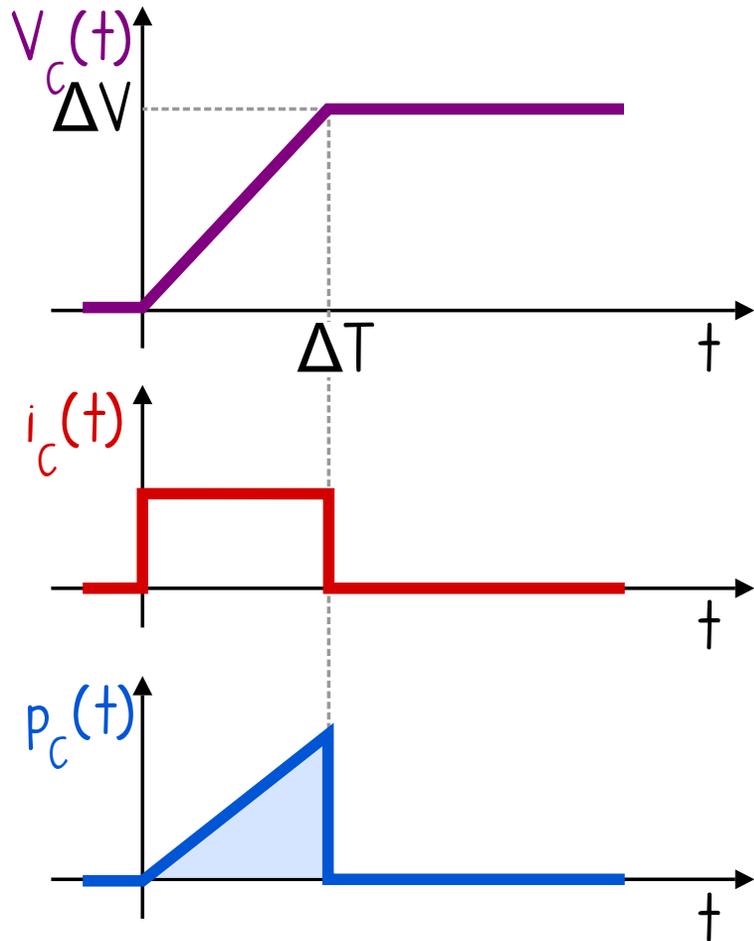
Pour  $0 < t < \Delta T$  :

$$\left. \begin{aligned} V_C &= \frac{\Delta V}{\Delta T} t \\ i_C &= C \frac{\Delta V}{\Delta T} \end{aligned} \right\} p_C(t) = V_C(t) \cdot i_C(t) = C \left( \frac{\Delta V}{\Delta T} \right)^2 t$$

L'énergie donnée au condensateur dans ce temps (0 à  $\Delta T$ ) est :

$$\begin{aligned} E_C(\Delta T) &= \int_{t=0}^{t=\Delta T} p_C(t) dt = \int_{t=0}^{t=\Delta T} C \left( \frac{\Delta V}{\Delta T} \right)^2 t dt = \\ &= C \left( \frac{\Delta V}{\Delta T} \right)^2 \frac{1}{2} \left( t^2 \Big|_{t=0}^{t=\Delta T} \right) = \frac{1}{2} C \Delta V^2 \end{aligned}$$

loc  
ent

Exemple 3 : Calcul de la puissance  $p_C(t)$  et l'énergie  $E_C$ 

$$E_C = \frac{1}{2} C V^2$$

- Cette énergie, donnée par une source extérieure, est stockée sous forme d'énergie du champ électrique.
- En vrai, cette équation est **générale**. Peu importe comment on atteint la tension  $V$ , l'énergie emmagasinée est toujours  $\frac{1}{2} \cdot C \cdot V^2$

# Condensateurs

## Relation « courant » vs « tension »

**Cas 2 :**

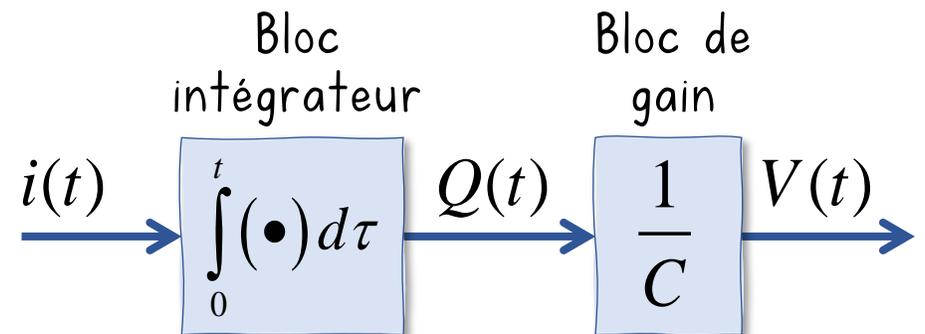
On connaît le courant  $i(t)$

On calcule la tension  $V(t)$  en intégrant  $i(t)$

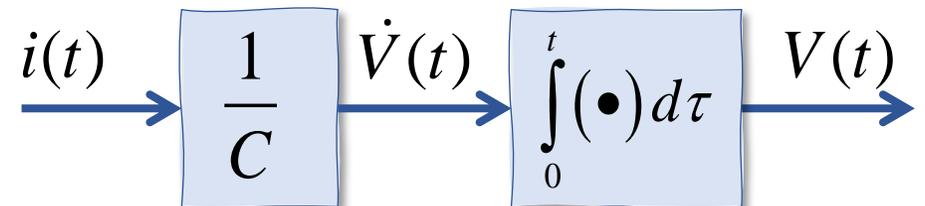
$$V(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i(\tau) d\tau + \underbrace{V(t=0^-)}$$

**Condition initiale :** valeur de la tension du condensateur au moment où l'on commence à observer le circuit.

En forme de **diagramme en blocs** :



Ou aussi :

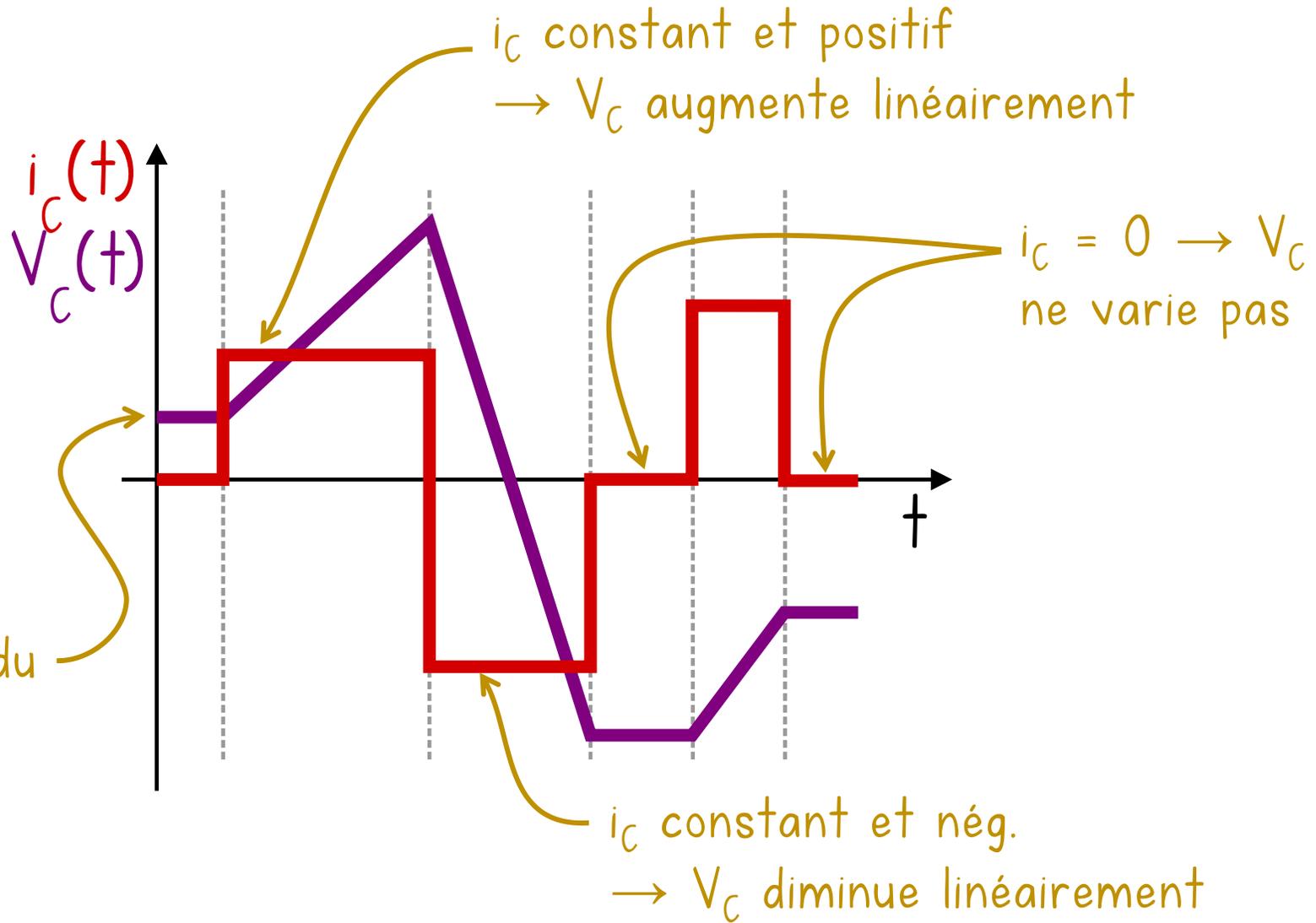


# Condensateurs

Rela

Cas

Exemple :



$V(t)$

OCS :

observer le circuit.

C

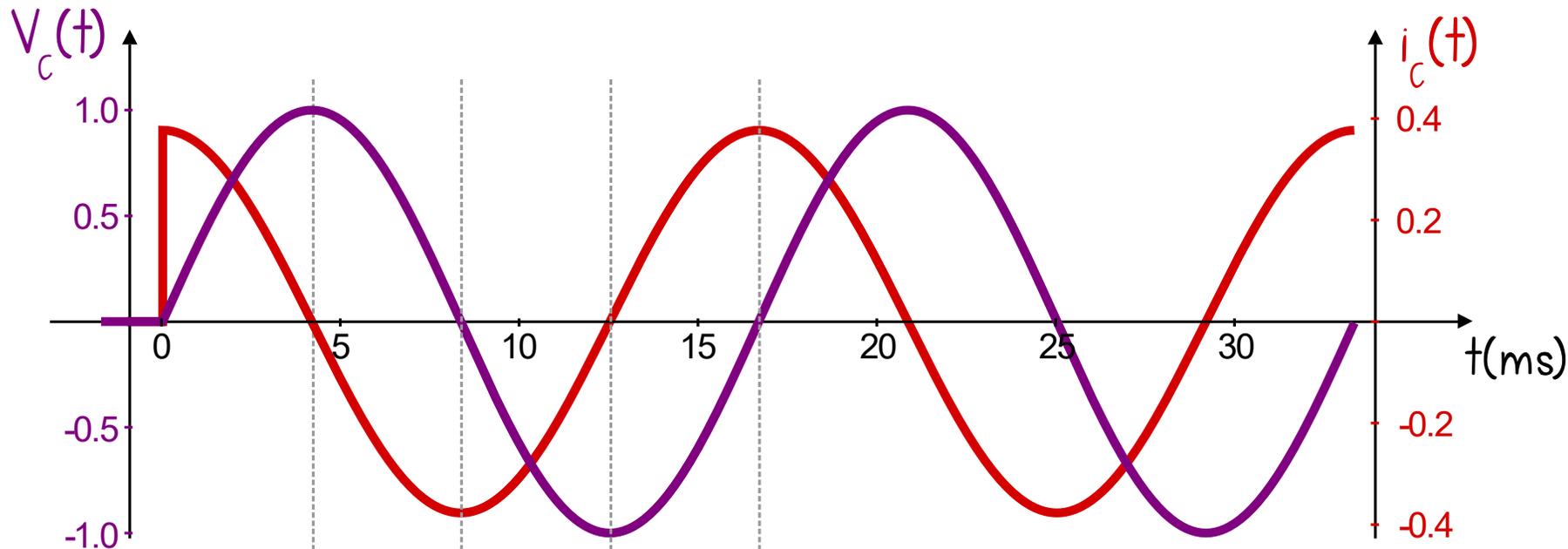
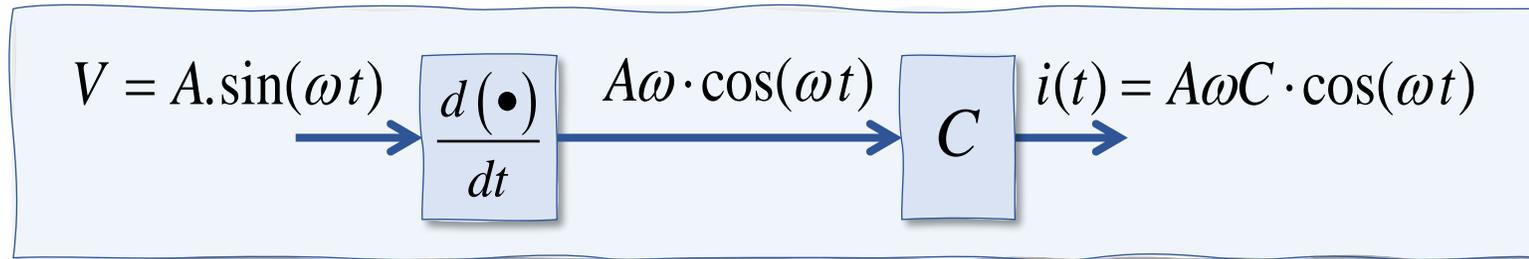
$\int_0^t i_C dt$

$t$

# Condensateurs

## Relation « courant » vs « tension »

Cas important : entrée de tension sinusoïdale



Paramètres :

$$C = 1 \text{ mF}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Le courant est en avance de  $90^\circ$  par rapport à la tension

(1 période =  $360^\circ$ )

# Condensateurs

## Comportement dans un circuit en C.C.

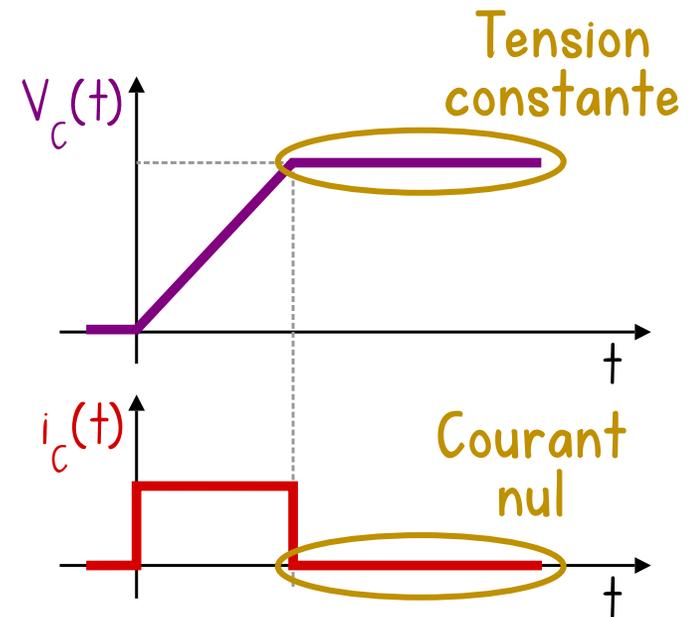
### Circuit en régime continu (C.C.) :

Pas de variation de tension et courant. **Toutes les dérivées sont nulles** :  $dV/dt=0$ ,  $di/dt=0$

- ✓ La **tension** du condensateur est **constante**.
- ✓ Le **courant** du condensateur est **nul** ( $i_C=0$ )

- Si  $i_C=0$ , on peut **déconnecter** le condensateur **sans perturber** les tensions et courants du reste du circuit.
- Le condensateur est alors « **chargé** » à la tension qu'il aurait même s'il n'était pas présent dans le circuit.

$$i_C(t) = C \underbrace{\frac{dV_C(t)}{dt}}_{=0 \text{ en C.C.}} = 0$$



# Condensateurs

## Comportement dans un circuit en C.C.

### Qu'est-ce qui se passe réellement ?

- Les condensateurs sont **initialement déchargés**.
- Lorsque l'on **allume** les sources d'alimentation :
  - **Régime transitoire** : les condensateurs se chargent progressivement jusqu'à atteindre une tension finale.
  - **Régime permanent** : les condensateurs ont une tension constante et leurs courants sont nuls.

Circuit e  
Pas de v  
les dériv

• Si  $i_C$   
pert

• Le condensateur est alors « **charge** » à la tension qu'il aurait même s'il n'était pas présent dans le circuit.

$$\frac{dC(t)}{dt} = 0$$

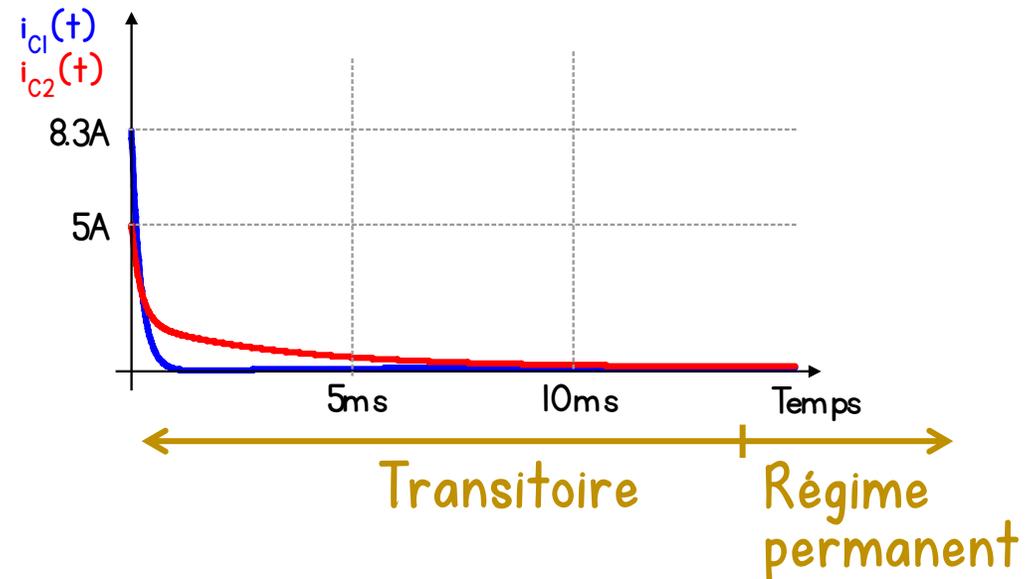
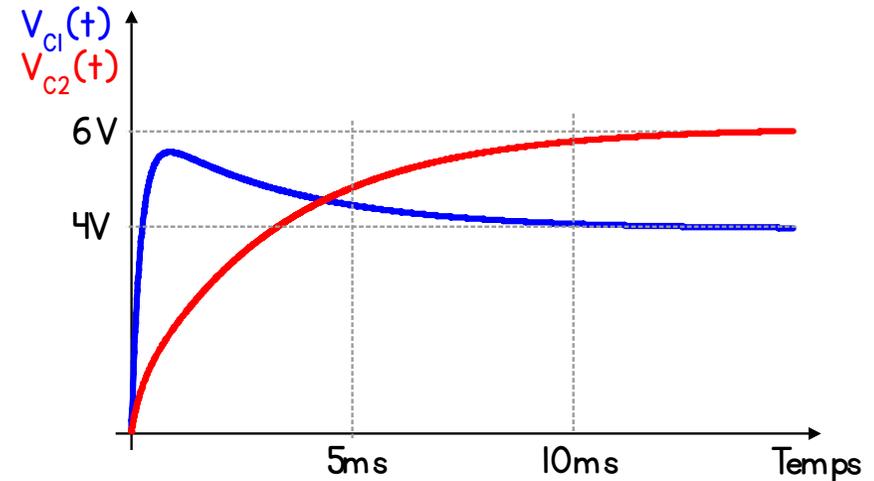
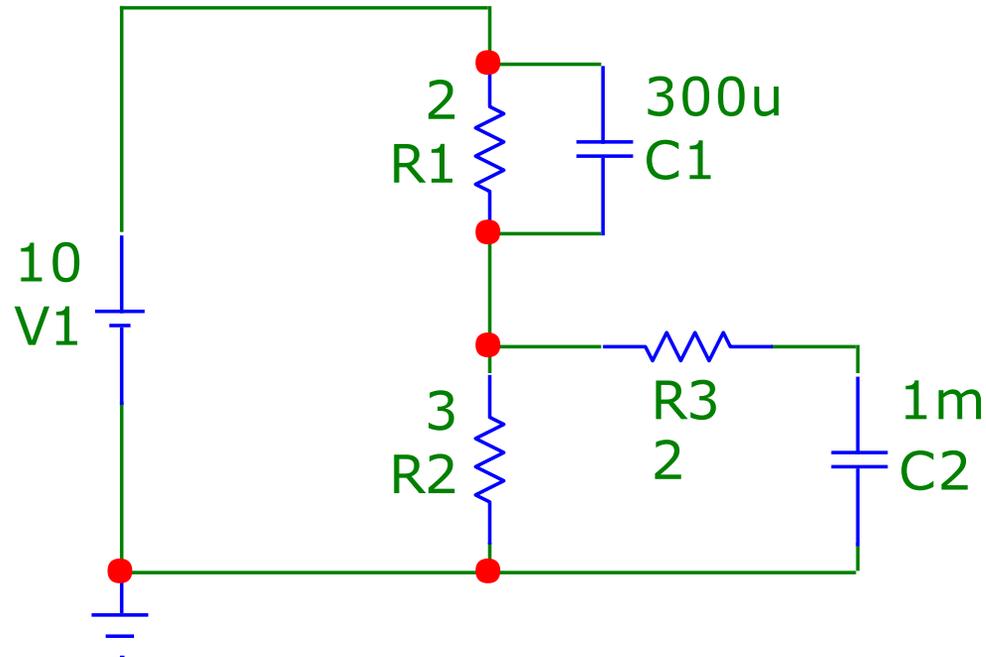
n C.C.

Tension  
constante

Courant  
nul



## Exemple : Transitoire vs régime permanent

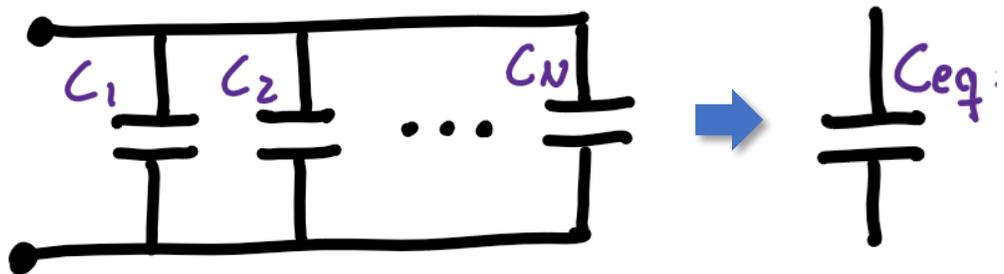
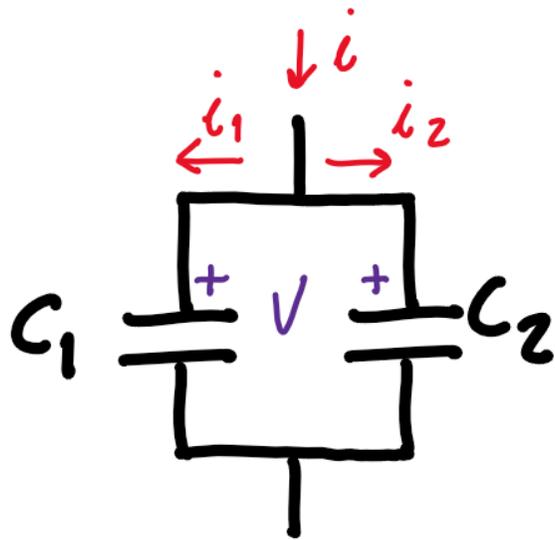


- Par diviseur de tension, calculer  $V_{R1}$  et  $V_{R2}$  comme si les condensateur n'étaient pas connectés.
- $V_{C1} = V_{R1}$  (ils sont en parallèle)  $= V_1 \cdot R_1 / (R_1 + R_2)$
- Si  $i_{C2} = 0 \Rightarrow i_{R3} = 0 \Rightarrow v_{R3} = 0 \Rightarrow V_{C2} = V_{R2} = V_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2)$

# Condensateurs

## Condensateurs en série et en parallèle

Connexion en parallèle :



Équation de chaque condensateur:

$$i_1 = C_1 \dot{V}_1$$

$$i_2 = C_2 \dot{V}_2$$

Connexion en parallèle :

$$i = i_1 + i_2$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$i = C_1 \dot{V} + C_2 \dot{V} = (C_1 + C_2) \dot{V} = C_{eq} \dot{V}$$

« N » condensateurs en parallèle :

$$C_{eq} = C_1 + C_2 + C_3 + \dots + C_N$$

# Condensateurs

## Condensateurs en série et en parallèle

### Connexion en série :

Équation de chaque condensateur (initialement déchargés) :

$$V_1 = \frac{1}{C_1} \int_0^t i_1(\tau) d\tau$$

$$V_2 = \frac{1}{C_2} \int_0^t i_2(\tau) d\tau$$

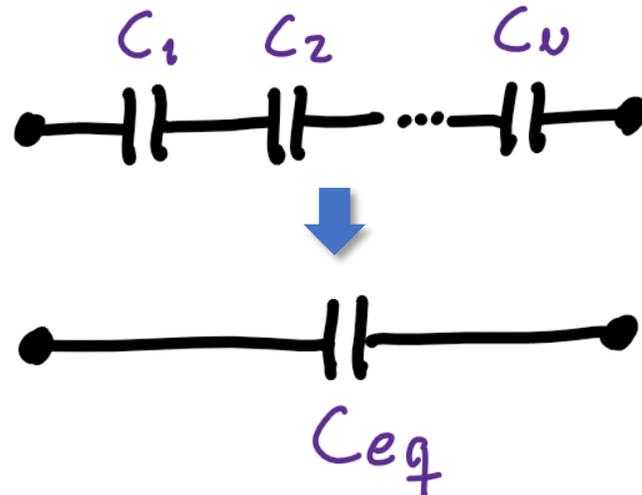
Connexion en série :

$$i_1 = i_2 = i$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = \frac{1}{C_1} \int_0^t i(\tau) d\tau + \frac{1}{C_2} \int_0^t i(\tau) d\tau = \left( \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \int_0^t i(\tau) d\tau$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}$$



N condensateurs en série :

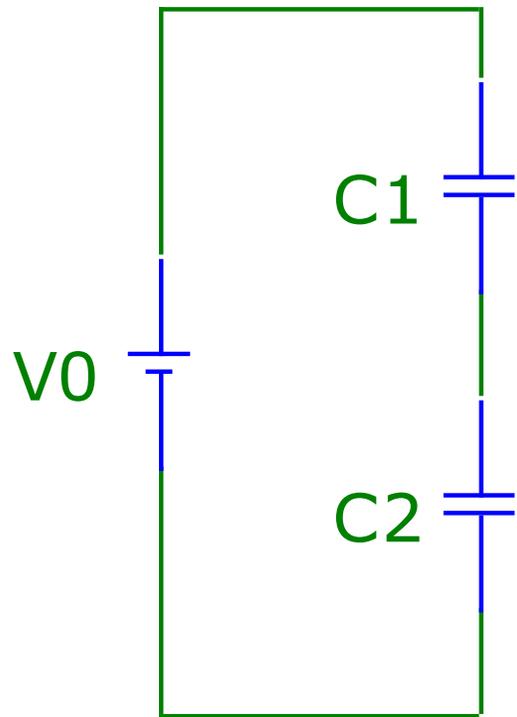
$$C_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_N}}$$

# Condensateurs

## Condensateurs en série et en parallèle

### Connexion en série :

Question intéressante : Soient  $C_1$  et  $C_2$  connectés en série et soumis à une tension  $V_0$ . Quelles sont la charge et la tension aux bornes **de chaque condensateur** ?



Connexion  
série

$$V_0 = V_{C_1} + V_{C_2} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2}$$

$$i_{C_1} = i_{C_2} \Rightarrow \int_{t_0}^{t_1} i_{C_1} dt = \int_{t_0}^{t_1} i_{C_2} dt \Rightarrow Q_1 = Q_2 = Q$$

Les condensateurs ont  
la même charge  $Q$  !

Capacité  
équivalente

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

on peut  
écrire...

$$V_0 = \frac{Q}{C_{eq}} \Rightarrow Q = C_{eq} \cdot V_0$$

Donc, on obtient :

$$V_{C_1} = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_{C_2} = \frac{Q}{C_2}$$

(Même conclusion pour  
plusieurs cond. en série)

# Condensateurs

## Paramètres principaux des condensateurs réels

- **Capacité nominale  $C$**  : valeur en farads, avec tolérance (ex.  $\pm 10\%$ ).
- **Tension maximale  $V_{max}$**  : tension que le condensateur peut supporter sans risque de claquage.
- **ESR (Equivalent Series Resistance)** : résistance interne, cause de dissipation.
- **Facteur de dissipation  $\tan(\delta)$**  : mesure des pertes ; lié à l'ESR par  $\tan(\delta) = \omega \cdot C \cdot ESR$ .
- **Courant de fuite** : courant très faible traversant le diélectrique en continu.
- **Température de fonctionnement** : plage typique (ex.  $-40^{\circ}\text{C}$  à  $+85^{\circ}\text{C}$ ).

# Condensateurs

Para

## Exemple : fiche technique (« datasheet »)

### Aluminum electrolytic capacitors

Single-ended capacitors

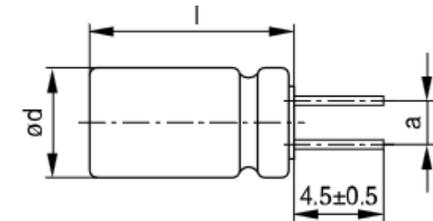


**B41821, B43821**  
Standard series – 85 °C



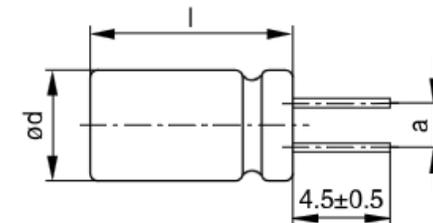
#### Specifications and characteristics in brief

Series	B41821	B43821
Rated voltage $V_R$	6.3 ... 100 V DC	160 ... 450 V DC
Surge voltage $V_S$	$1.15 \cdot V_R$	$1.1 \cdot V_R$
Rated capacitance $C_R$	0.1 ... 10000 $\mu\text{F}$	0.47 ... 680 $\mu\text{F}$
Capacitance tolerance	$\pm 20\% \triangleq M$	$\pm 20\% \triangleq M$
Dissipation factor $\tan \delta$ (20 °C, 120 Hz)	For capacitance higher than 1000 $\mu\text{F}$ add 0.02 for every increase of 1000 $\mu\text{F}$ .	
	$V_R$ (V DC)	6.3 10 16 25 35 50 63 100 160 ... 450
	$\tan \delta$ (max.)	0.28 0.24 0.20 0.16 0.14 0.12 0.12 0.10 0.20
Leakage current $I_{\text{leak}}$ (20 °C, 5 min)	$I_{\text{leak}} = 0.01 \mu\text{A} \cdot \left( \frac{C_R}{\mu\text{F}} \cdot \frac{V_R}{V} \right)$ or 3 $\mu\text{A}$ , whichever is greater	$I_{\text{leak}} = 0.03 \mu\text{A} \cdot \left( \frac{C_R}{\mu\text{F}} \cdot \frac{V_R}{V} \right) + 15 \mu\text{A}$
Self-inductance ESL	Diameter (mm)	$\leq 6.3$ 8 ... 12.5 16 18 20 ... 25
	ESL (nH)	15 20 26 34 40



KAL1085-I

With flat rubber seal



KAL1086-R



*Māuruuru !*