

Licence « Sciences pour l'ingénieur »

DS 2.3 - Énergétique et circuits électriques

Franco FERRUCCI
franco.ferrucci@upf.pf

Contenu

Bobines

- Relation « flux magnétique » vs « courant » : Inductance
- Relation « courant » vs « tension » : mode intégral et dérivatif
- Énergie stockée dans une bobine
- Réponse lorsqu'on fixe la tension ou le courant d'une bobine
- Comportement des bobines dans un circuit en C.C.
- Bobines en série et en parallèle
- Paramètres principaux des bobines commerciales



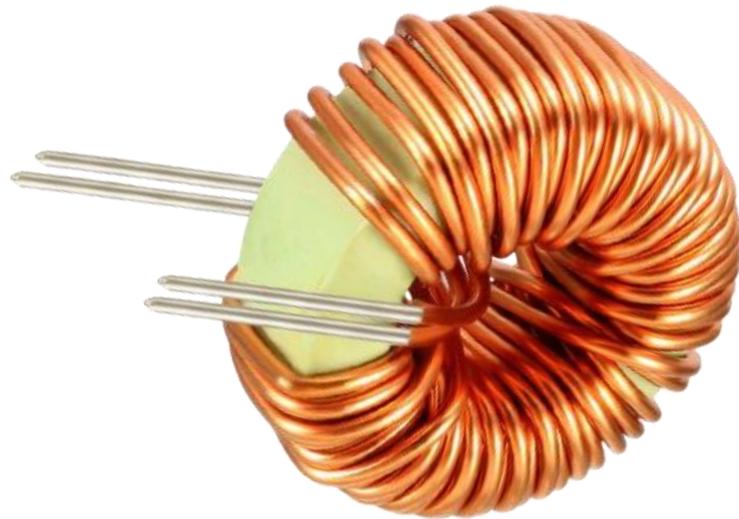
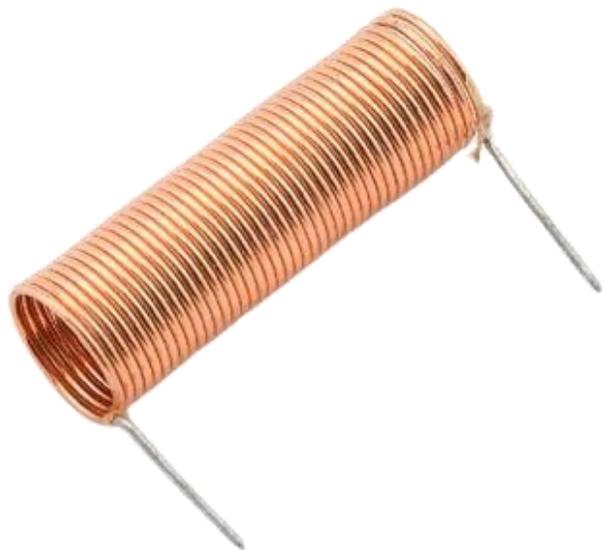
Bobines

Bobines

Introduction

Bobine :

- Composant formé d'un **enroulement** de fil conducteur (cuivre).
- Éventuellement autour d'un **noyau** en matériau **ferromagnétique** (fer, ferrite, ...)



Les bobines ne possèdent pas de polarité :
on peut les connecter dans n'importe quel sens

Symboles

Noyau à air
(ou vide)



Noyau magnétique
(fer, ferrite, ...)



Bobines

Principe de fonctionnement

Deux principes de base :

- I. Un fil parcouru par un **courant** produit un **champ magnétique** autour de lui → **loi d'Ampère (1820)**
 - **Flux magnétique** : champ magnétique multiplié par la surface enlacé par ce champ.
 - Lorsque le **courant change**, le **champ magnétique** (et le flux magnétique) **change** aussi.

Bobines

Principe de fonctionnement

Deux prin

Champ magnétique autour d'un fil :

1. Un f

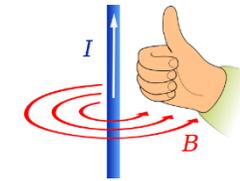
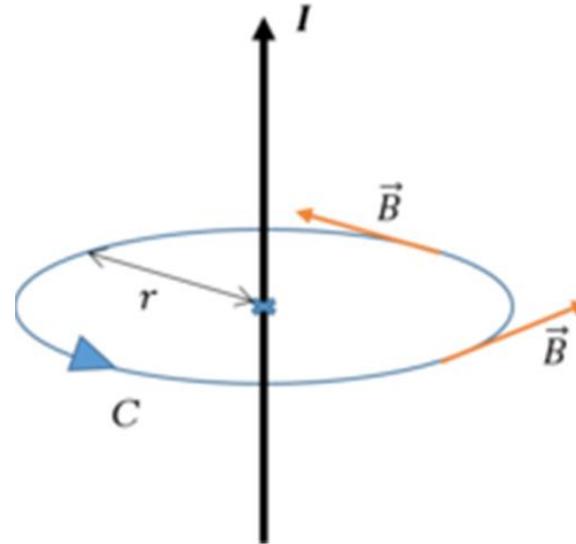
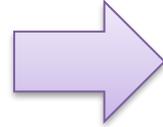
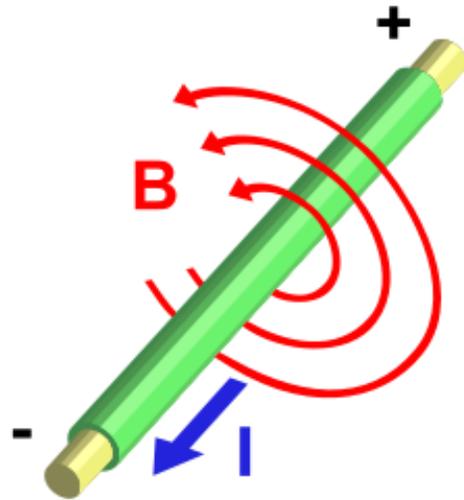
de lu

- F

e

- L

n



Loi de la main droite

autour

Bobines

Principe de fonctionnement

Deux prin

Champ magnétique autour d'une **spire** :

1. Un f

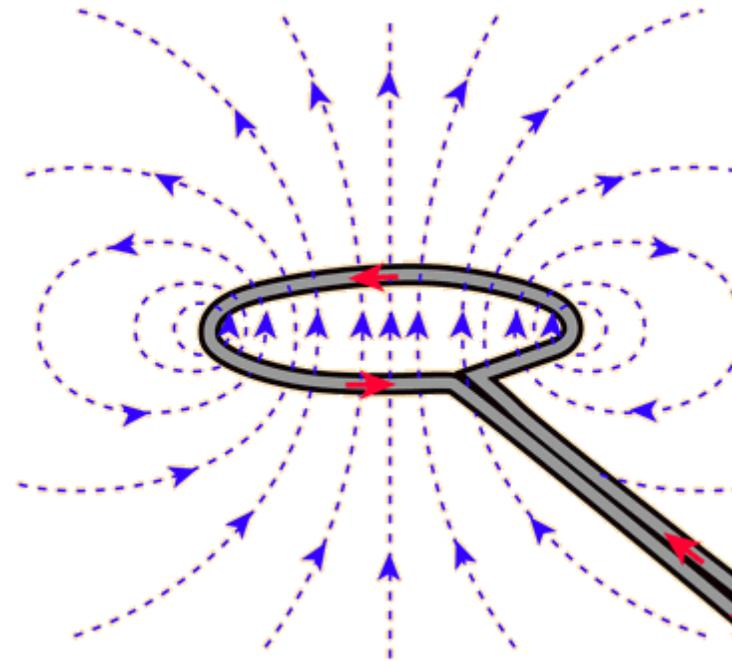
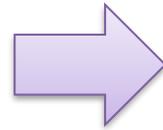
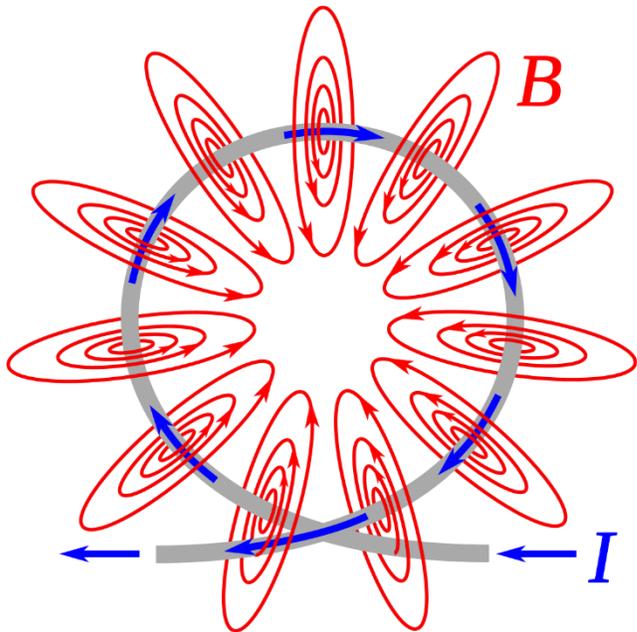
de lu

• F

e

• L

n



autour

Bobines

Principe de fonctionnement

Deux prin

Champ magnétique autour d'une bobine :

1. Un f

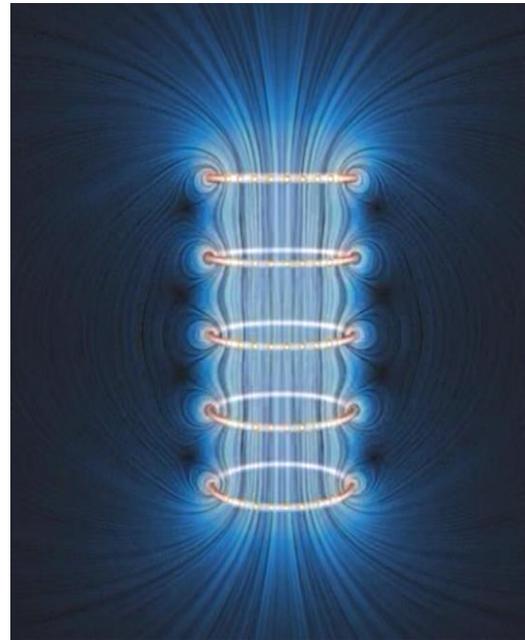
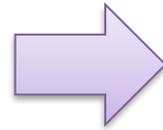
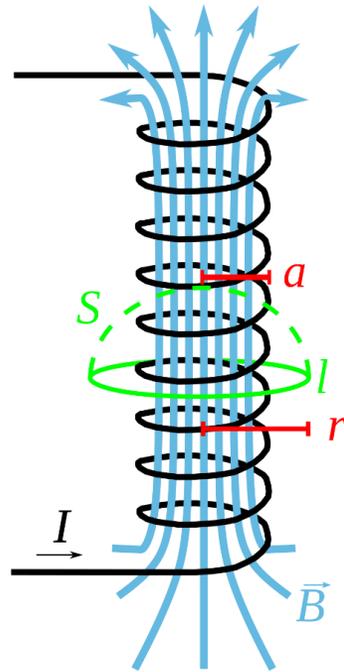
de lu

- F

e

- L

n



autour

Bobines

Principe de fonctionnement

Deux principes de base :

- I. Un fil parcouru par un **courant** produit un **champ magnétique** autour de lui → **loi d'Ampère (1820)**
 - **Flux magnétique** : champ magnétique multiplié par la surface enlacé par ce champ.
 - Lorsque le **courant change**, le **champ magnétique** (et le flux magnétique) **change** aussi.

Bobines

Principe de fonctionnement

Deux principes de base :

2. Une **variation** de flux magnétique **induit** une **force électromotrice (f.e.m.)** → loi de Faraday (1831)
 - Cette f.e.m. **s'oppose à la variation** qui l'a produite → loi de Lenz
 - La f.e.m. est mesurée comme une **tension aux bornes d'un composant**.
 - Le flux magnétique peut être créé :
 - soit par le courant du **même composant** ⇒ **Auto-induction**
 - soit par le courant d'un autre composant ⇒ transformateurs

Bobines

Principe de fonctionnement

Résumé du fonctionnement d'une bobine

- Le **courant** qui traverse la bobine crée un **flux magnétique** en son sein.
- Si le **courant varie**, le **flux magnétique varie** aussi.
- Cette variation de flux produit une **tension aux bornes** de la bobine.
(qui s'oppose à la variation du flux, donc à la variation du courant)

Mathématiquement :

$$\Phi = f(i)$$

Le flux magnétique est fonction du courant de la bobine

$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

La variation de flux magnétique produit une tension aux borne de la bobine

Bobines

Principe de fonctionnement

Résumé

- Le
- Si l
- Cet (qui

Mathém

Signe de la tension vs signe de la f.e.m.

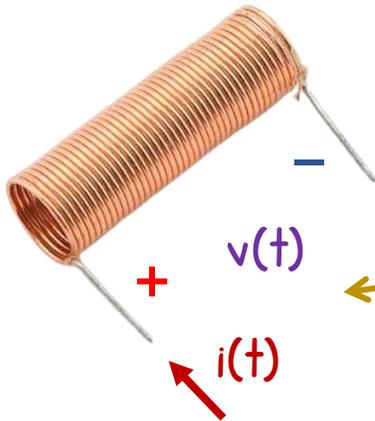
$$\text{f.e.m.} = -\frac{d\Phi(t)}{dt}$$

Loi de Faraday-Lenz

$$v(t) = -\text{f.e.m.}$$



$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$



On choisit la borne « + » de la bobine pour éviter le signe « - » dans l'équation de tension $v(t)$

Le flux magnétique est fonction du courant de la bobine

La variation de flux magnétique produit une tension aux borne de la bobine

Bobines

Principe de fonctionnement

Résumé du fonctionnement d'une bobine

- Le **courant** qui traverse la bobine crée un **flux magnétique** en son sein.
- Si le **courant varie**, le **flux magnétique varie** aussi.
- Cette variation de flux produit une **tension aux bornes** de la bobine.
(qui s'oppose à la variation du flux, donc à la variation du courant)

Mathématiquement :

$$\Phi = f(i)$$

Le flux magnétique est fonction du courant de la bobine

$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

La variation de flux magnétique produit une tension aux borne de la bobine

Bobines

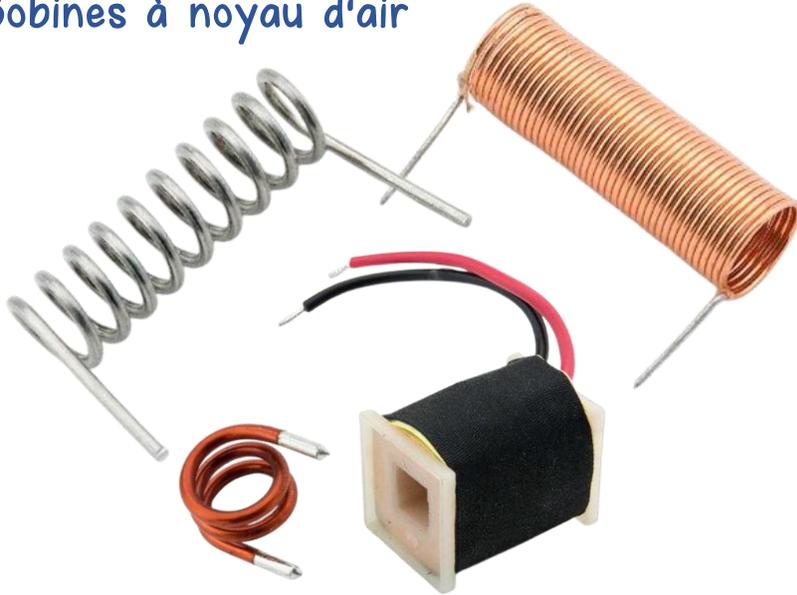
Principes

Résumé

- Le
 - Si l
 - Cet
- (qui s

Mathém

Bobines à noyau d'air



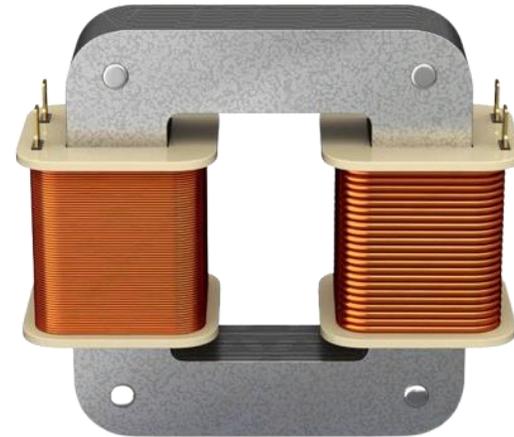
Bobines à noyau de ferrite



Inductances SMD (montage en surface)



Transformateur à noyau de fer (laminé)



Chaque type a ses usages, avantages et limites ! ⚡
Inductance, courant max, fréquence, stabilité, taille, coût...

courant de la bobine

une tension aux borne de la bobine

Bobines

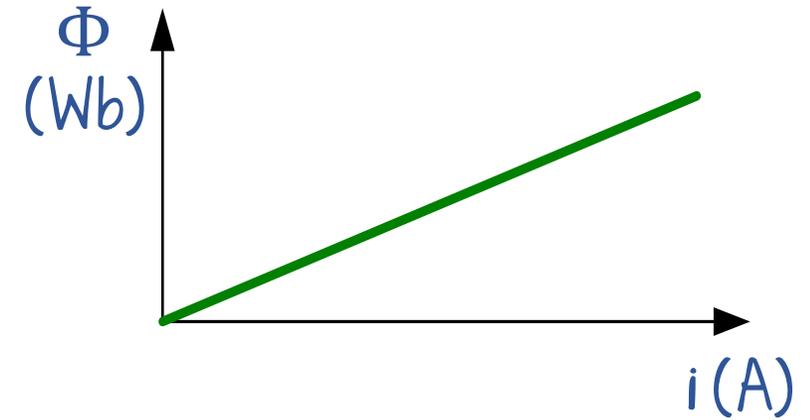
« Inductance » de la bobine

- On trouve que, pour certains composants, le courant i qui traverse la bobine est **proportionnelle** au flux magnétique Φ :

$$\Phi \propto i$$

- La constante de proportionnalité s'appelle « **Inductance** » :

$$\Phi = L \cdot i$$



- L'unité de l'inductance est le **Henry (H)**.
 $1 \text{ Henry} = 1 \text{ Volt} \cdot \text{seconde} / \text{Ampère}$
- Les inductances « classiques » ont des valeurs de l'ordre de μF , mF , parfois H pour les très grandes bobines

Bobines

« Inductance » de la bobine

L'inductance ne dépend pas directement de Φ ou de i !

- Même si on a $L = \Phi/i$, cette relation permet de définir l'inductance ...mais ne dit pas de quoi elle dépend physiquement.
- En réalité, elle dépend des paramètres géométriques et physiques :
 - le **nombre de spires** N
 - la **longueur** de la bobine l , en m
 - la **section** de la bobine A , en m^2
 - le **matériau autour** ou **dans la bobine** (permittivité μ)

« Qu'est-ce que la permittivité μ ?

- C'est une caractéristique du matériau à l'intérieur ou autour de la bobine (ex. air, ferrite, fer...).
- Elle mesure la **capacité du matériau à laisser « passer » un champ magnétique.**

Deux types :

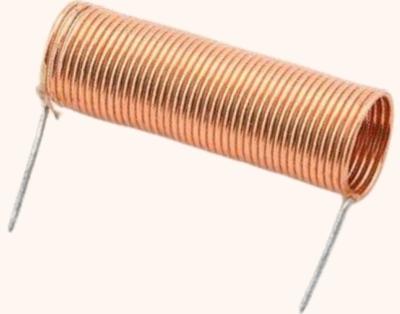
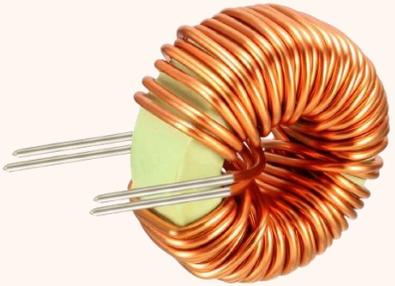
- μ_0 : **permittivité du vide** : constante fondamentale $\approx 4\pi \times 10^{-7}$ H/m
- μ_r : **permittivité relative** : sans unité. Dépend du matériau
(air, cuivre, vide, aluminium ≈ 1 , ferrite $\approx 10^2$ à 10^5 , fer doux $> 10^4$)

Formule complète : $\mu = \mu_0 \times \mu_r$

Bobines

« Inductance » de la bobine

Exemples d'inductances pour deux géométries :

	Désignation	Inductance	Champ magnétique
	Bobine linéaire	$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{l}$	$B = \mu_0 \mu_r \frac{N \cdot i}{l}$
	Bobine toroïdale	$L = \mu_0 \mu_r \frac{N^2 A}{2\pi r_{moyen}}$	$B = \mu_0 \mu_r \frac{N \cdot i}{2\pi r_{moyen}}$

N : nombre spires, A : section (m^2), l : longueur (m), r : rayon (m), μ : permittivité, i : courant (A), B : champ magnétique (T), L : inductance (H)

Bobines

Relation « courant » vs « tension »

On part de la définition du flux magnétique :

$$\Phi = L \cdot i$$

Dans un circuit, on s'intéresse souvent à la tension plutôt que au flux magnétique. La tension de la bobine est égale à la variation de flux :

$$v(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$$

En dérivant $\Phi = L \cdot i$ dans le temps :

$$\frac{d\Phi(t)}{dt} = L \frac{di(t)}{dt}$$

On obtient la relation fondamentale :

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Équation différentielle

→ Système dynamique !

Bobines

Relation « courant » vs « tension »

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

Il s'agit d'une relation entre la tension $v(t)$ et le courant $i(t)$ qui est valable à tout instant.

La pente du courant, multipliée par L , est égale à la tension au même instant.

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

différentielle

→ Système dynamique !

On part

Dans un
plutôt qu
bobine es

En dériv

On obtien

$t)$

$\frac{di(t)}{dt}$

Bobines

Relation « courant » vs « tension »

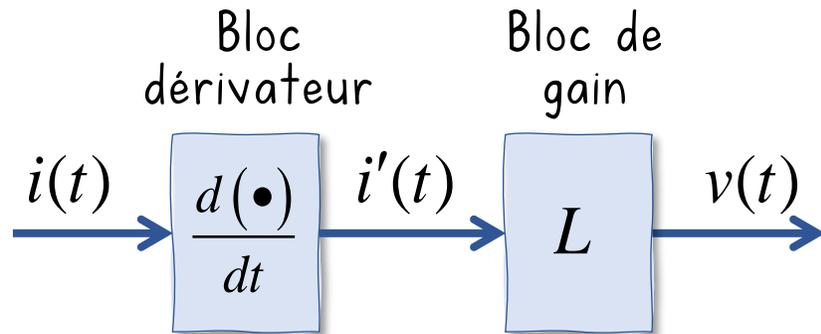
Cas 1 :

On connaît le courant $i(t)$

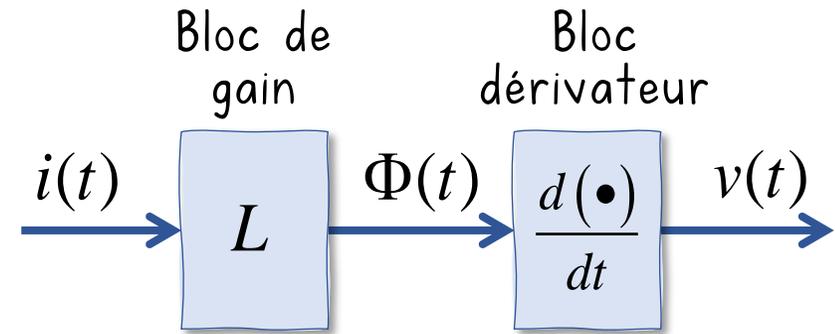
On calcule la tension $V(t)$ en dérivant $i(t)$

$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$

En forme de diagramme en blocs :



Ou aussi :



Bobines

Relation « courant » vs « tension »

Cas 2 :

On connaît la tension $v(t)$

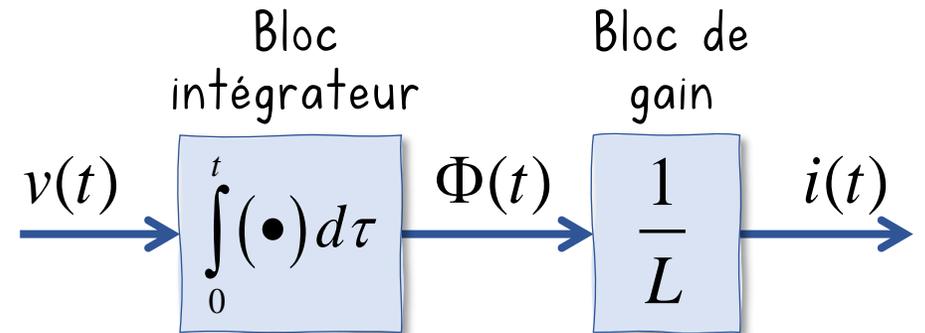


On calcule le courant $i(t)$ en intégrant $v(t)$

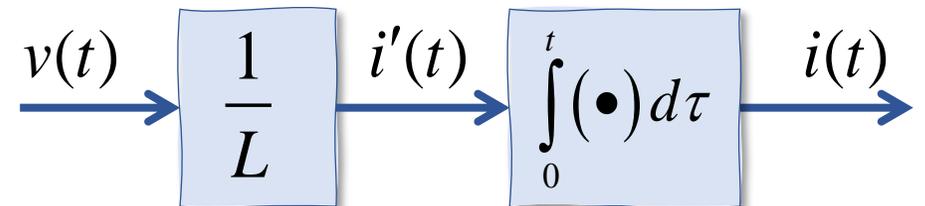
$$i(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v(\tau) d\tau + \underbrace{i(t=0^-)}$$

Condition initiale : valeur du courant de la bobine au moment où l'on commence à observer le circuit.

En forme de diagramme en blocs :



Ou aussi :



Bobines

Comparaison « bobines » vs « condensateurs »

	Condensateur	Bobine
Courant	$i_C(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt}$	$i_L(t) = \frac{1}{L} \int_0^t v_L(\tau) d\tau + i_L(t=0^-)$
Tension	$v_C(t) = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(\tau) d\tau + v_C(t=0^-)$	$v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$

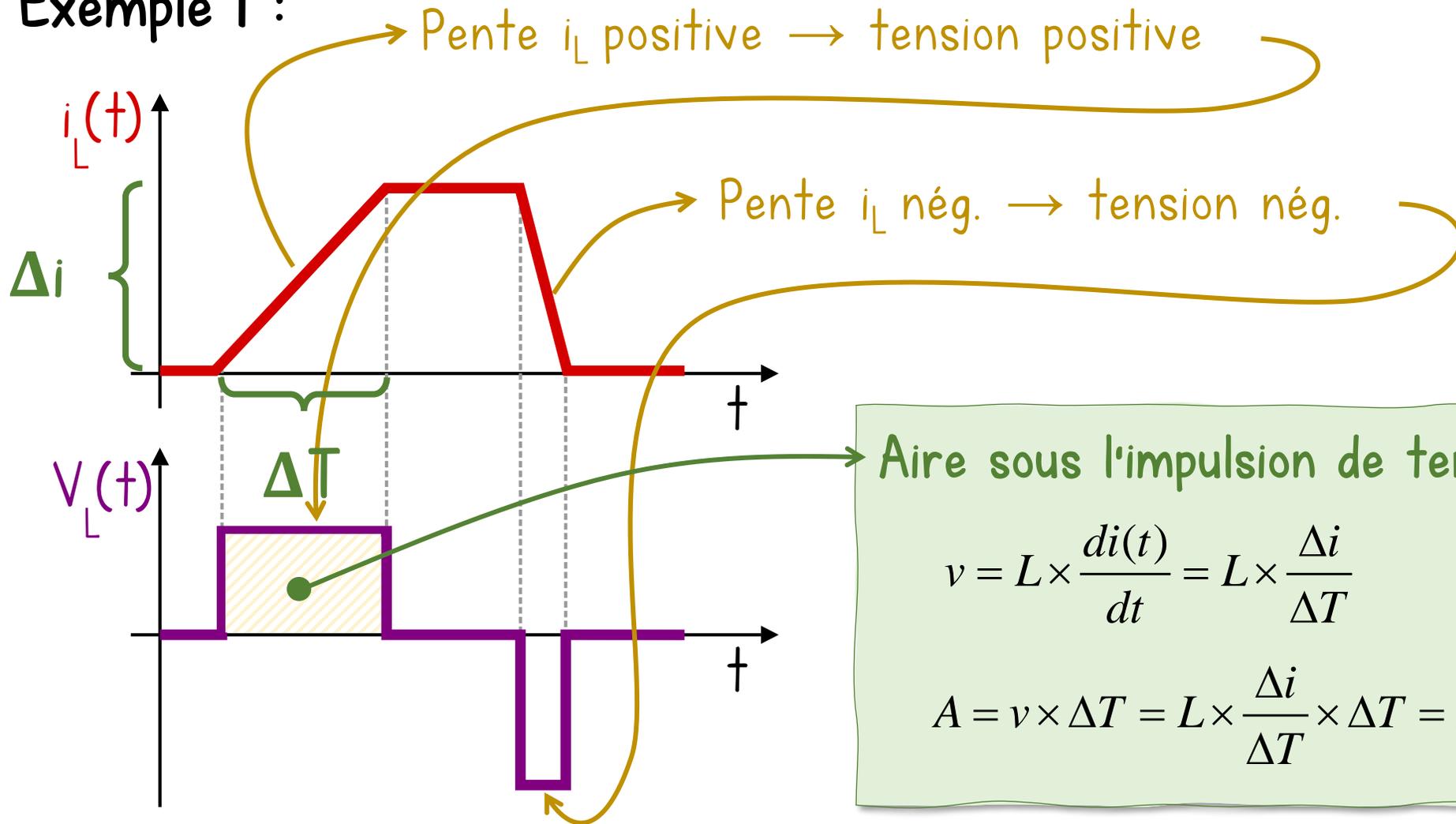
Dualité :

- Le condensateur **réagit** aux variations de tension → donne un courant
- La bobine **réagit** aux variations de courant → donne une tension
- Le condensateur **intègre** le courant (= charge) → donne une tension
- La bobine **intègre** la tension (=flux magnétique) → donne un courant

Bobines

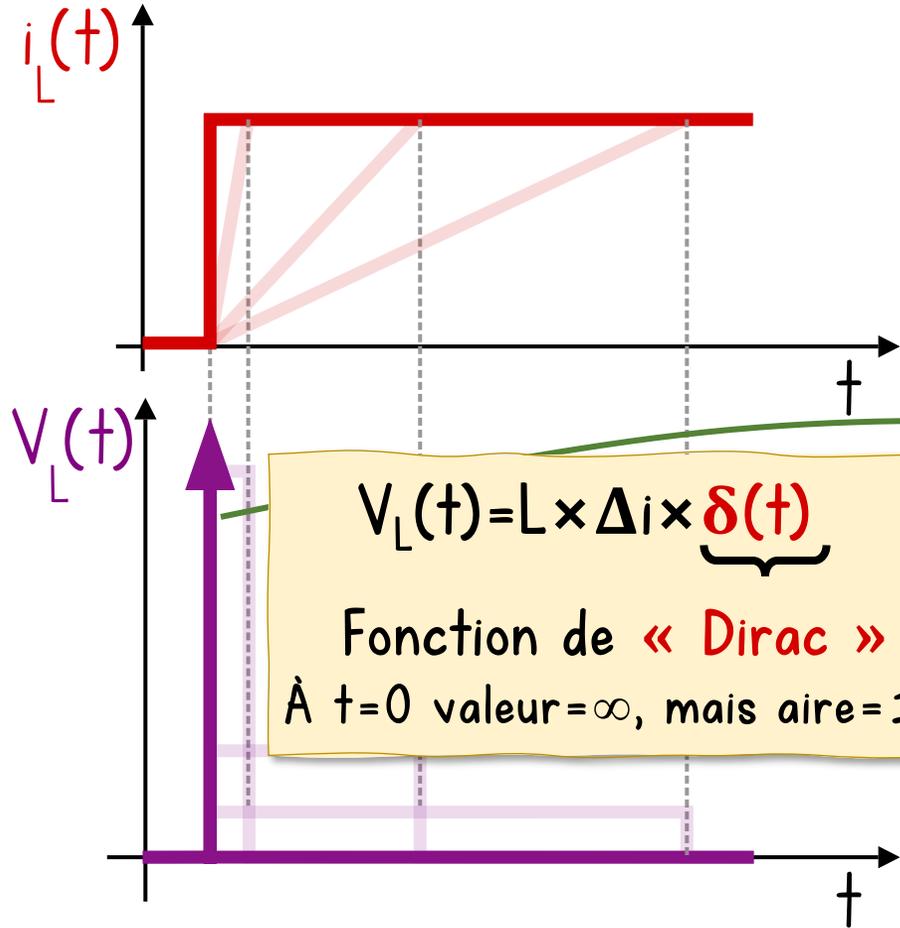
Com

Exemple I :



- La bobine intègre la tension (=flux magnétique) \rightarrow donne un courant

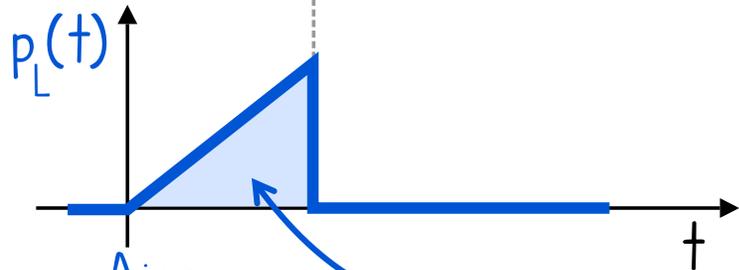
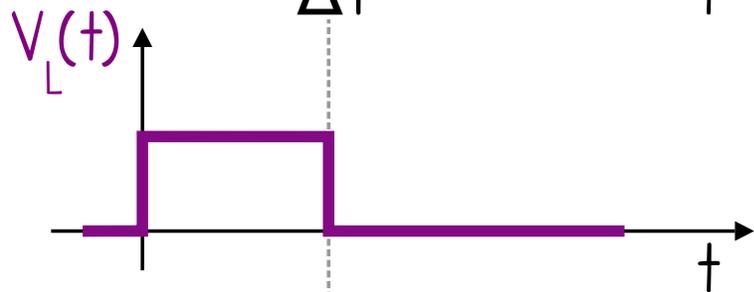
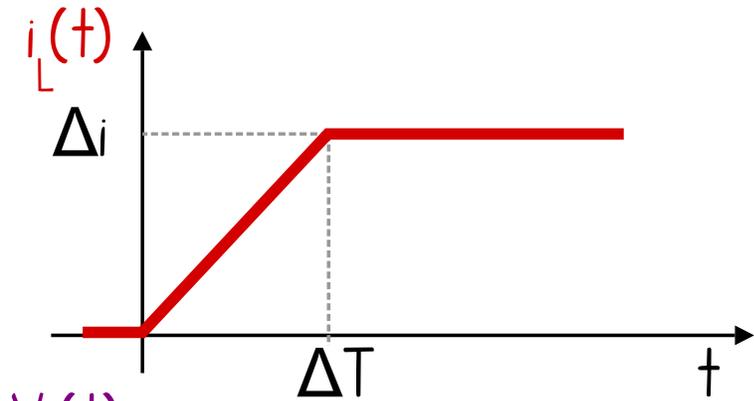
Exemple 2 : Réponse de la tension à un saut de courant



Question : ce pic infini a-t-il une énergie infinie ?

Si la le courant aux bornes de la bobine subit un saut, il en résulte un pic de tension de valeur théoriquement infinie, mais d'aire finie : $A = L \times \Delta i$

- La bobine intègre la tension (=flux magnétique) → donne un courant

Exemple 3 : Calcul de la puissance $p_L(t)$ et l'énergie E_L 

Aire sous
la courbe

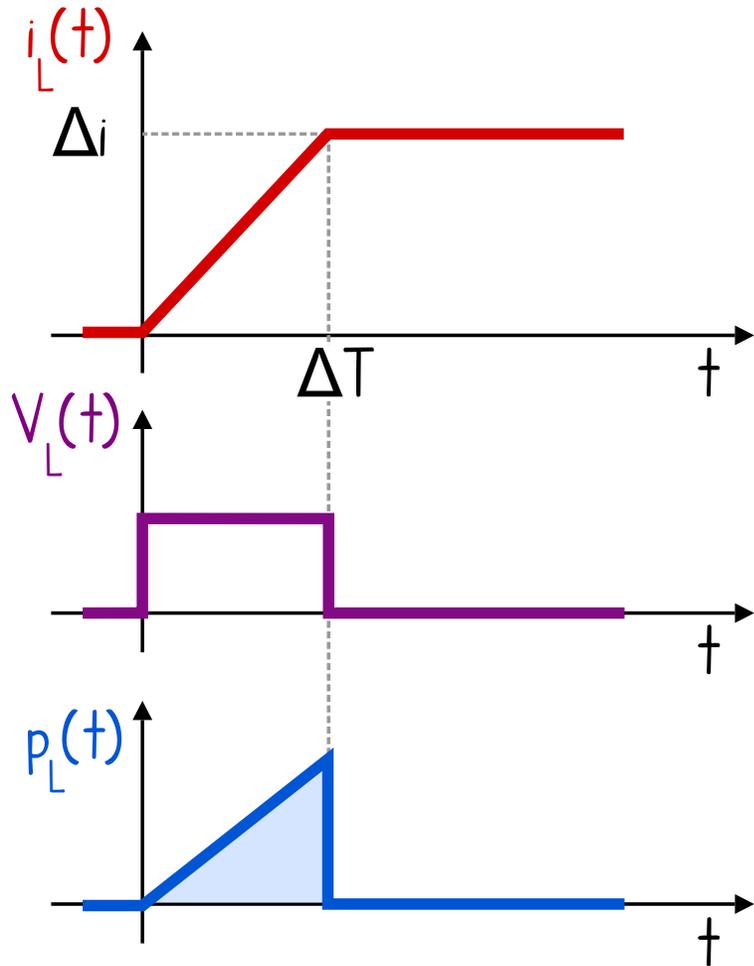
Pour $0 < t < \Delta T$:

$$\left. \begin{aligned} i_L &= \frac{\Delta i}{\Delta T} t \\ V_L &= L \frac{\Delta i}{\Delta T} \end{aligned} \right\}$$

$$p_L(t) = V_L(t) \cdot i_L(t) = L \left(\frac{\Delta i}{\Delta T} \right)^2 t$$

L'énergie donnée au condensateur dans ce temps (0 à ΔT) est :

$$\begin{aligned} E_L(\Delta T) &= \int_{t=0}^{t=\Delta T} p_L(t) dt = \int_{t=0}^{t=\Delta T} L \left(\frac{\Delta i}{\Delta T} \right)^2 t dt = \\ &= L \left(\frac{\Delta i}{\Delta T} \right)^2 \frac{1}{2} \left(t^2 \Big|_{t=0}^{t=\Delta T} \right) = \frac{1}{2} L \Delta i^2 \end{aligned}$$

Exemple 3 : Calcul de la puissance $p_L(t)$ et l'énergie E_L 

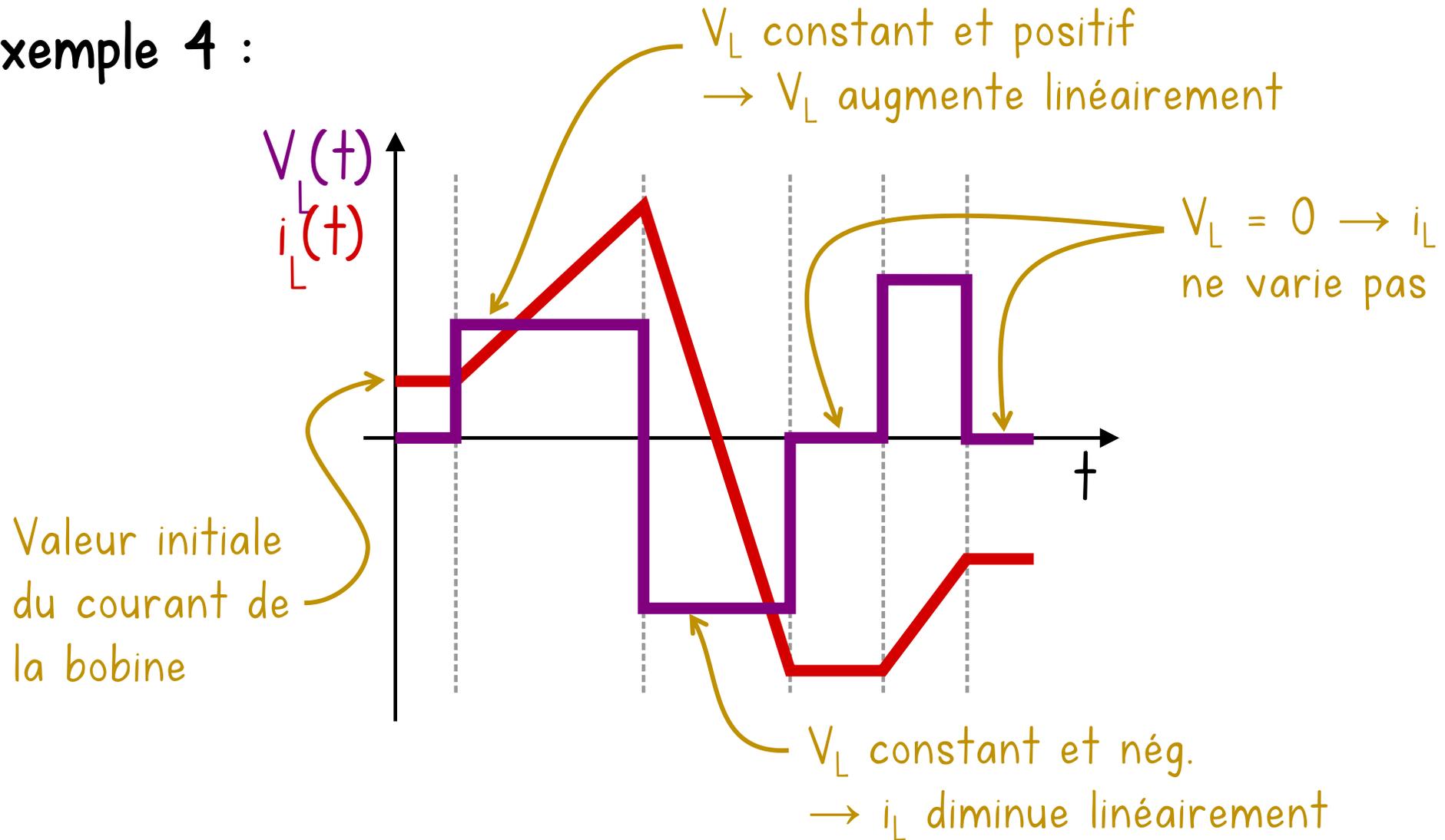
$$E_L = \frac{1}{2} L i^2$$

- Cette énergie, donnée par une source extérieure, est stockée sous forme d'énergie du champ **magnétique**.
- En vrai, cette équation est **générale**. Peu importe comment on atteint le courant i , l'énergie emmagasinée est toujours $\frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2$

Bobines

Com

Exemple 4 :



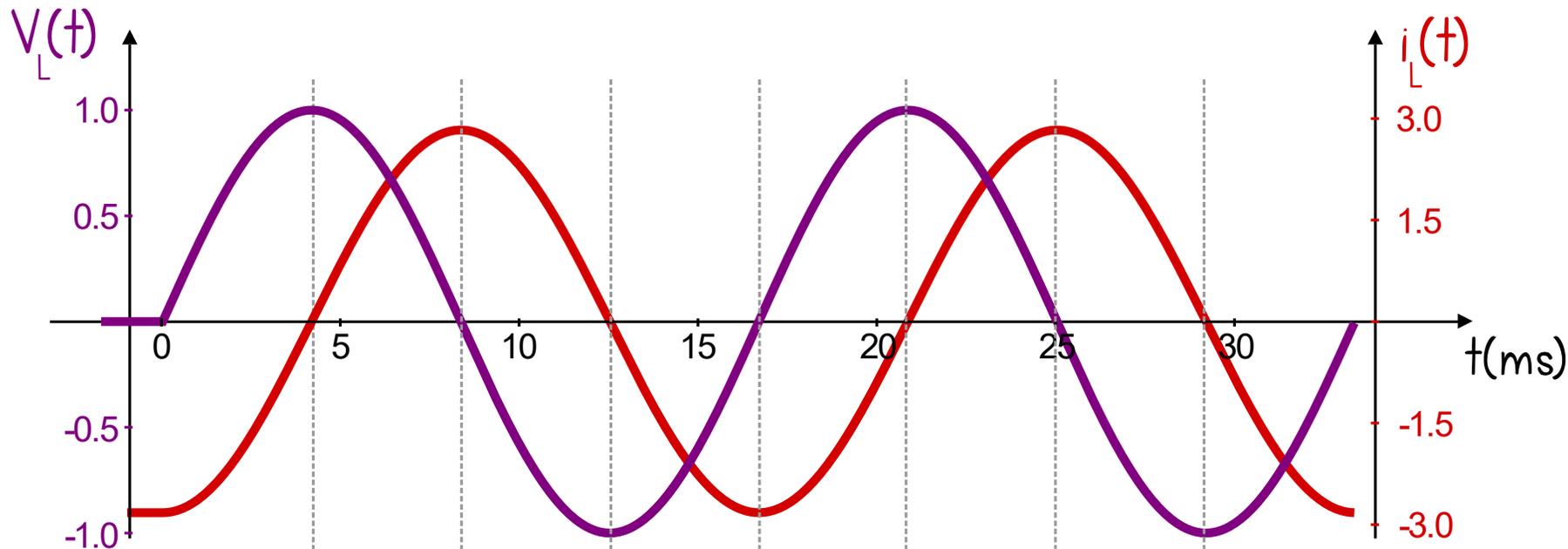
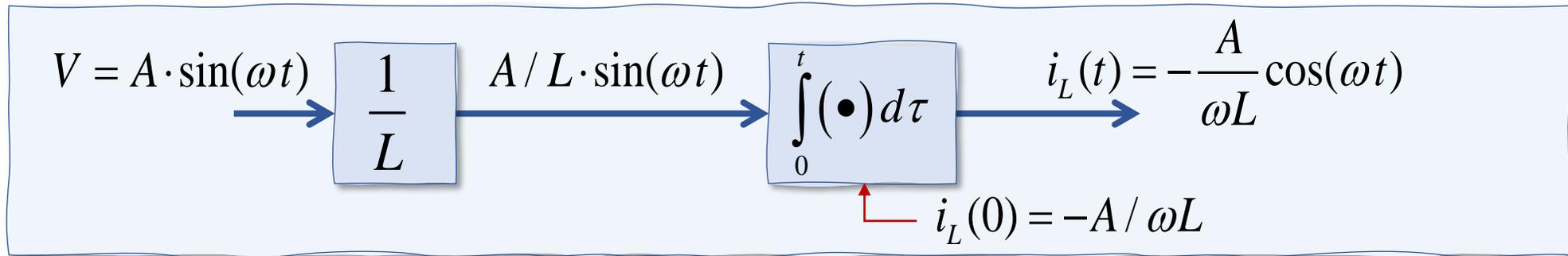
- La bobine intègre la tension (=flux magnétique) \rightarrow donne un courant

Bobines

Relation « courant » vs « tension »

Cas important : entrée de tension sinusoïdale

$$i_L(t) = \frac{A}{\omega L} (1 - \cos(\omega t)) + i_L(0)$$



Paramètres :

$$L = 1 \text{ mH}$$

$$f = 60 \text{ Hz}$$

$$\omega = 2\pi f$$

Le courant est en retard de 90° par rapport à la tension

(1 période = 360°)

Bobines

Comportement dans un circuit en C.C.

Circuit en régime continu (C.C.) :

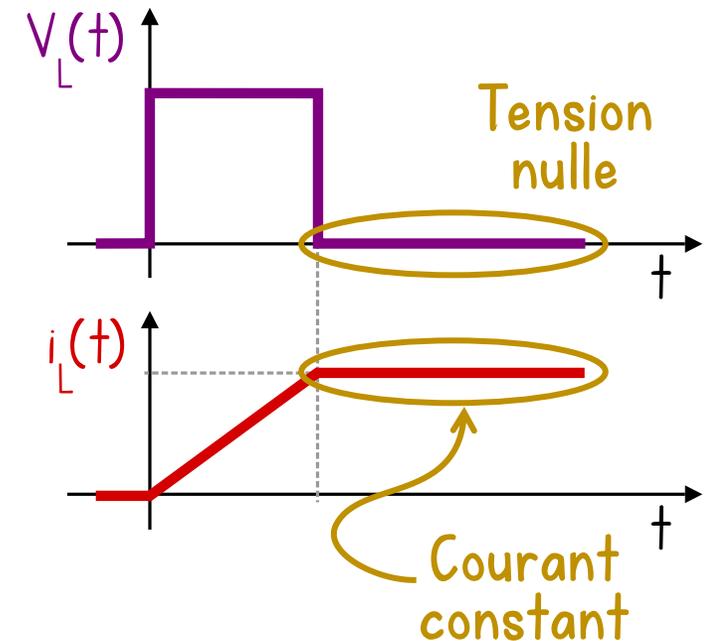
Pas de variation de tension et courant. **Toutes les dérivées sont nulles** : $dV/dt=0$, $di/dt=0$

- ✓ Le **courant** de la bobine est **constant**
- ✓ La **tension** de la bobine est **nulle** ($V_L=0$).

- Si $V_L=0$, on peut remplacer la bobine par un **court-circuit**, **sans perturber** le reste du circuit.
- La bobine conserve le courant qu'elle avait lors de son « **chargement** », et celui-ci reste constant en C.C.

$$V_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt} = 0$$

= 0 en C.C.



Bobines

Comportement dans un circuit en C.C.

Qu'est-ce qui se passe réellement ?

- Les bobines sont **initialement déchargées** (courants nuls)
- Lorsque l'on **met sous tension** les sources d'alimentation :
 - **Régime transitoire** : les bobines se chargent progressivement (en champ magnétique) jusqu'à atteindre le courant final.
 - **Régime permanent** : les bobines ont un courant constant et leurs tensions sont nulles.

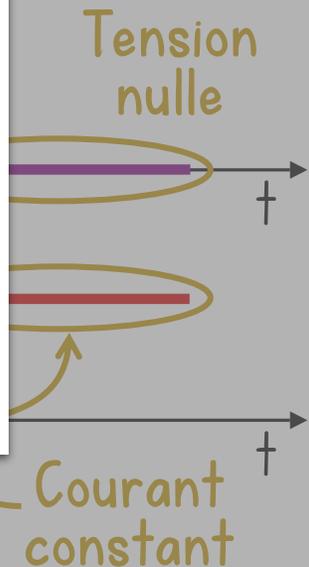
Circuit en C.C.
Pas de variation de tension
les dérivées

- Si $V_L = 0$
- La bobine est en régime permanent

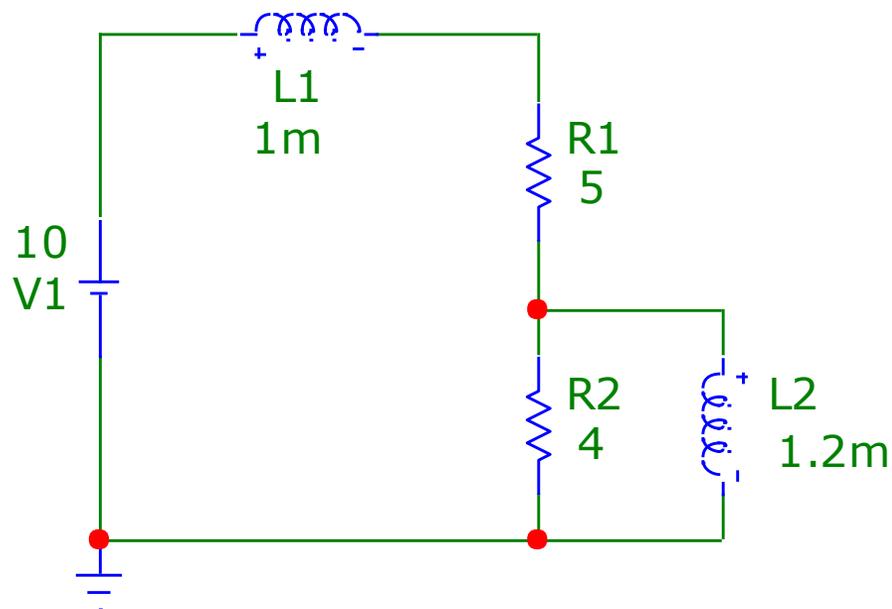
« chargement », et celui-ci reste constant en C.C.

$$\frac{dI(t)}{dt} = 0$$

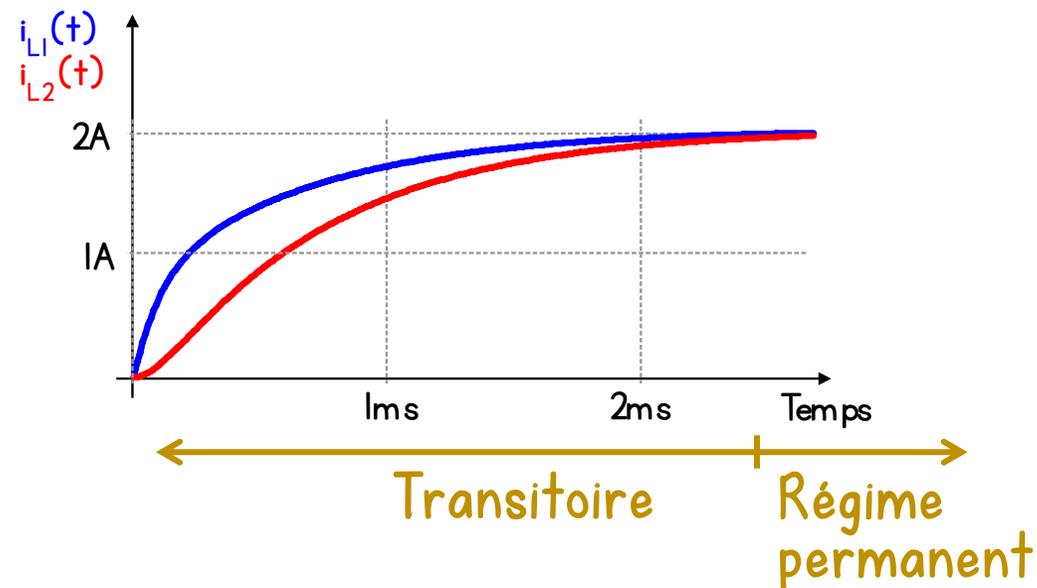
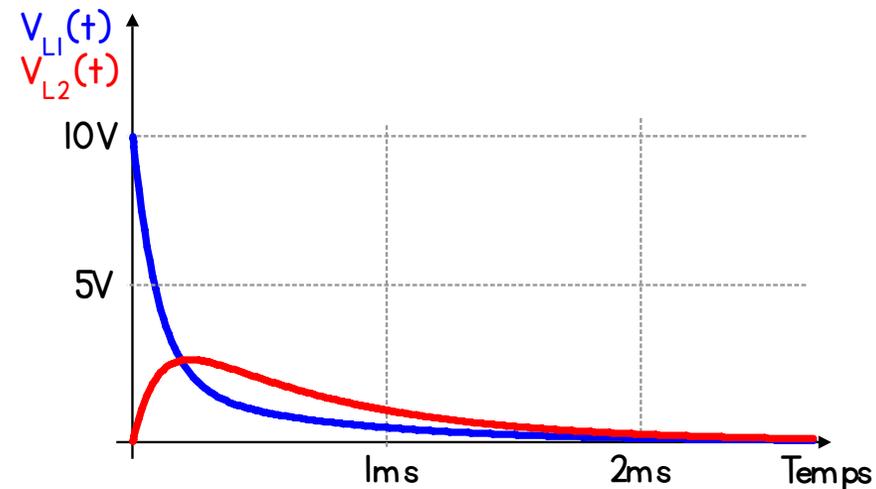
en C.C.



Exemple : Transitoire vs régime permanent



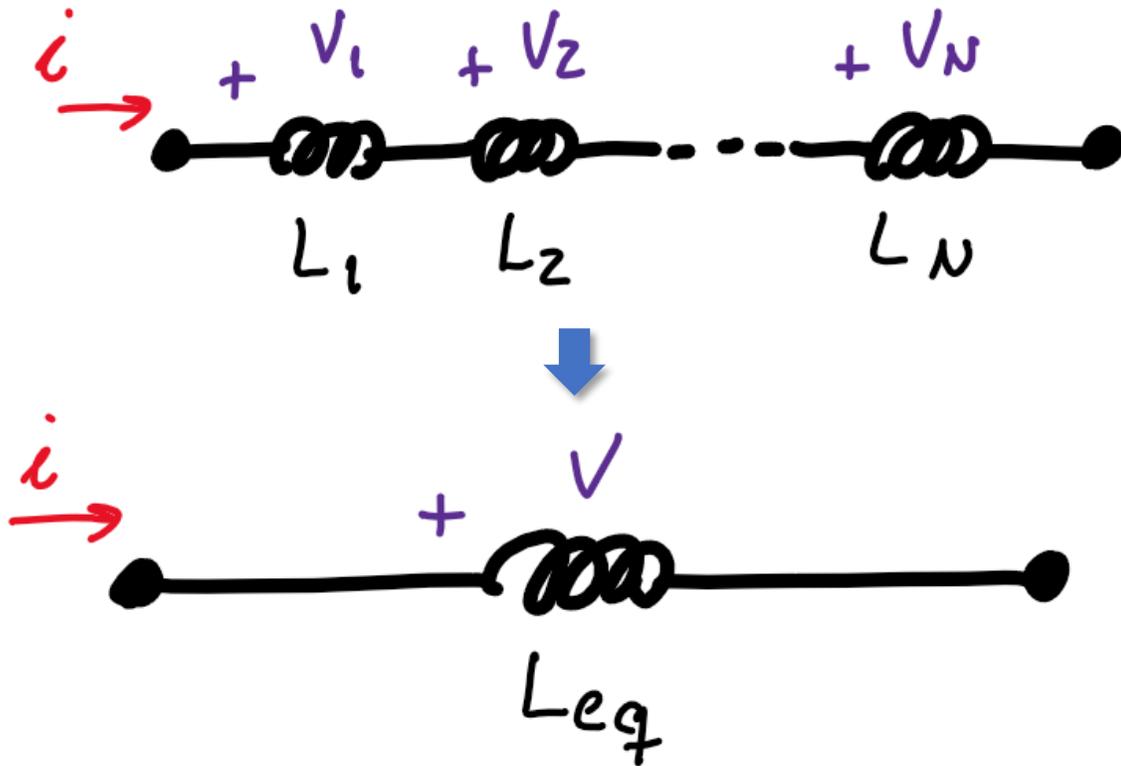
- On remplace les bobines par des court-circuits en régime permanent.
- Pour R_2 , cela signifie que $V_{R2}=0$. Elle « disparaît » du circuit !
- Il ne reste alors qu'une source de tension V_1 en série avec R_1 . Donc, $I_{R1} = V_1/R_1$.



Bobines

Connexion en série et en parallèle

Connexion en série :



Équation de chaque bobine :

$$V_1 = L_1 \cdot i'_1$$

$$V_2 = L_2 \cdot i'_2$$

Connexion en série :

$$i_1 = i_2 = i$$

$$V = V_1 + V_2$$

$$V = L_1 \cdot i' + L_2 \cdot i' = (L_1 + L_2) \cdot i' = L_{eq} \cdot i'$$

« N » bobines en série :

$$L_{eq} = L_1 + L_2 + L_3 + \dots + L_N$$

Bobines

Connexion en série et en parallèle

Connexion en parallèle :

Équation des bobines
(initialement déchargés):

$$i_1 = \frac{1}{L_1} \int_0^t V_1(\tau) d\tau$$

$$i_2 = \frac{1}{L_2} \int_0^t V_2(\tau) d\tau$$

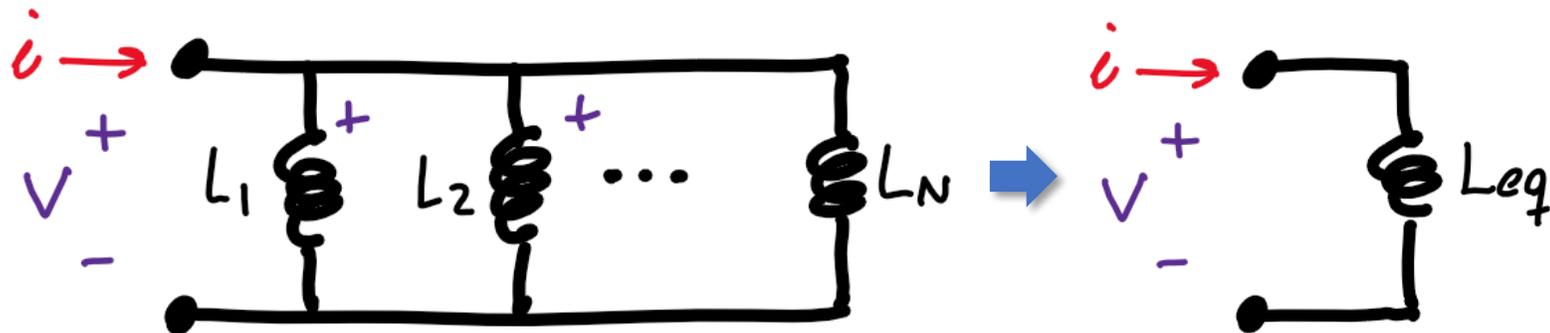
Connexion en
parallèle :

$$i = i_1 + i_2$$

$$V_1 = V_2 = V$$

$$i = \frac{1}{L_1} \int_0^t V(\tau) d\tau + \frac{1}{L_2} \int_0^t V(\tau) d\tau = \left(\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \right) \int_0^t V(\tau) d\tau$$

$$\frac{1}{L_{eq}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} \Rightarrow L_{eq} = \frac{L_1 \cdot L_2}{L_1 + L_2}$$



N bobines en parallèle :

$$L_{eq} = \frac{1}{\frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \dots + \frac{1}{L_N}}$$

Bobines

Paramètres principaux des bobines commerciales

- **Inductance L** : valeur en henrys, avec tolérance (ex. $\pm 10\%$), mesurée à une fréquence de test (ex. 0 Hz, 100 kHz ou 1 MHz).
- **Courant maximal I_{max}** : courant que la bobine peut supporter sans échauffement excessif ni **saturation** du noyau.
- **Résistance série (ESR)** : résistance interne du fil conducteur (pertes par effet Joule).
- **Facteur de qualité Q** : mesure de la pureté de l'inductance, $Q = \omega \cdot L / R = 2\pi \cdot f \cdot L / R$.
- **Température de fonctionnement** : plage typique (ex. -40°C à $+125^{\circ}\text{C}$).
- **Type de noyau** :
 - **Air** : pas de saturation, très stable, mais inductance plus faible.
 - **Ferrite, poudre de fer** : plus d'inductance, mais saturation et pertes magnétiques.

Bobines Param

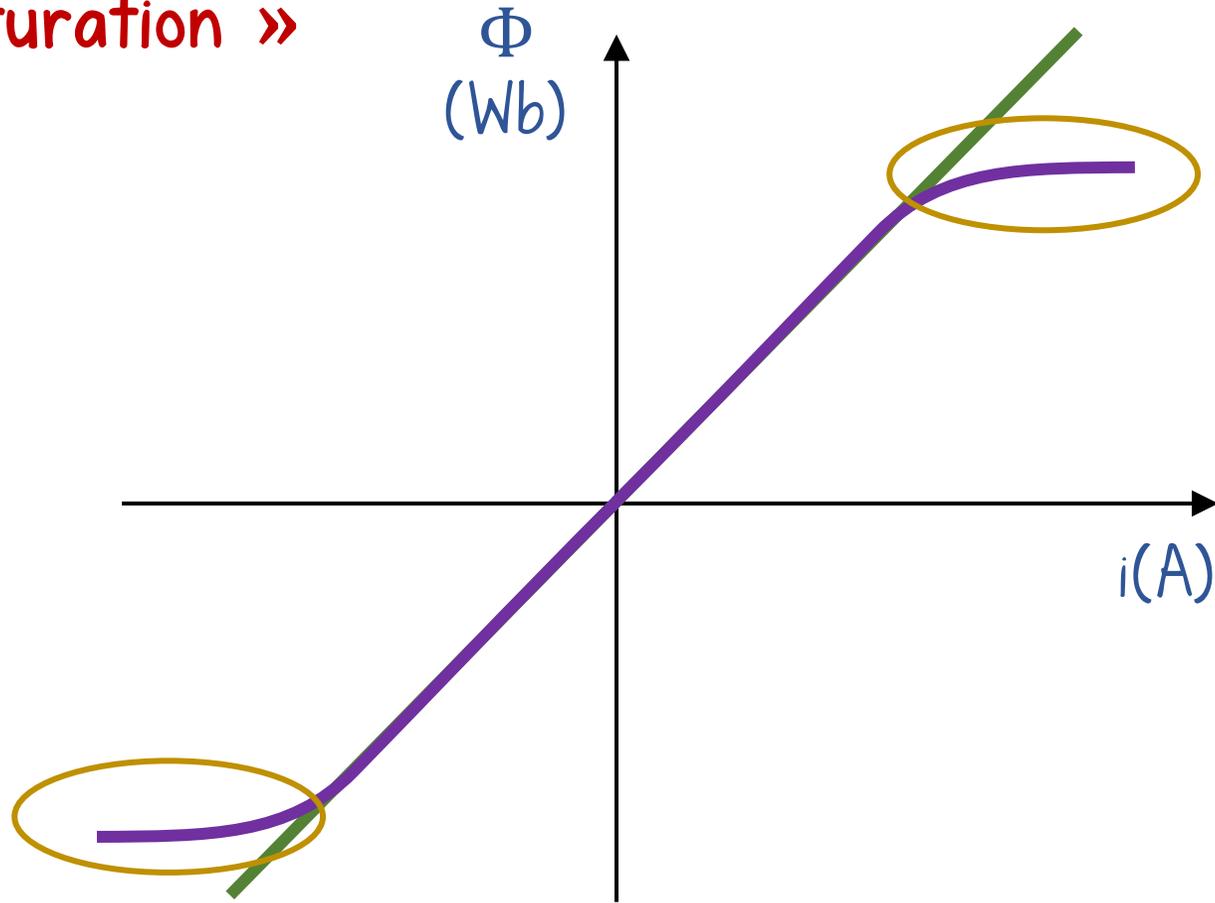
Phénomène de « Saturation »

Bobine idéale :

$$\Phi = L \cdot i$$

Bobine réelle :

$$\Phi = f(i)$$



Le flux magnétique n'augmente plus avec l'augmentation du courant
 \Rightarrow Le flux magnétique « sature »

- Ferme, pouce de fer : plus d'inductance, mais saturation et pertes magnétiques.

Bobines

Paramètres principaux des bobines commerciales

- **Inductance L** : valeur en henrys, avec tolérance (ex. $\pm 10\%$), mesurée à une fréquence de test (ex. 0 Hz, 100 kHz ou 1 MHz).
- **Courant maximal I_{max}** : courant que la bobine peut supporter sans échauffement excessif ni **saturation** du noyau.
- **Résistance série (ESR)** : résistance interne du fil conducteur (pertes par effet Joule).
- **Facteur de qualité Q** : mesure de la pureté de l'inductance, $Q = \omega \cdot L / R = 2\pi \cdot f \cdot L / R$.
- **Température de fonctionnement** : plage typique (ex. -40°C à $+125^{\circ}\text{C}$).
- **Type de noyau** :
 - **Air** : pas de saturation, très stable, mais inductance plus faible.
 - **Ferrite, poudre de fer** : plus d'inductance, mais saturation et pertes magnétiques.

Exemple 1, fiche technique (« datasheet »)



SMD Power Inductors



Part Number	Inductance (μH)	Tolerance	Test Condition
LMLP07A7MR22DTAS	0.22	$\pm 20\%$	100KHz, 0.25V

DCR (m Ω) Typical	DCR (m Ω) Max	I_{DC} (A) Typical	I_{sat} (A) Typical
2.5	2.8	23	40

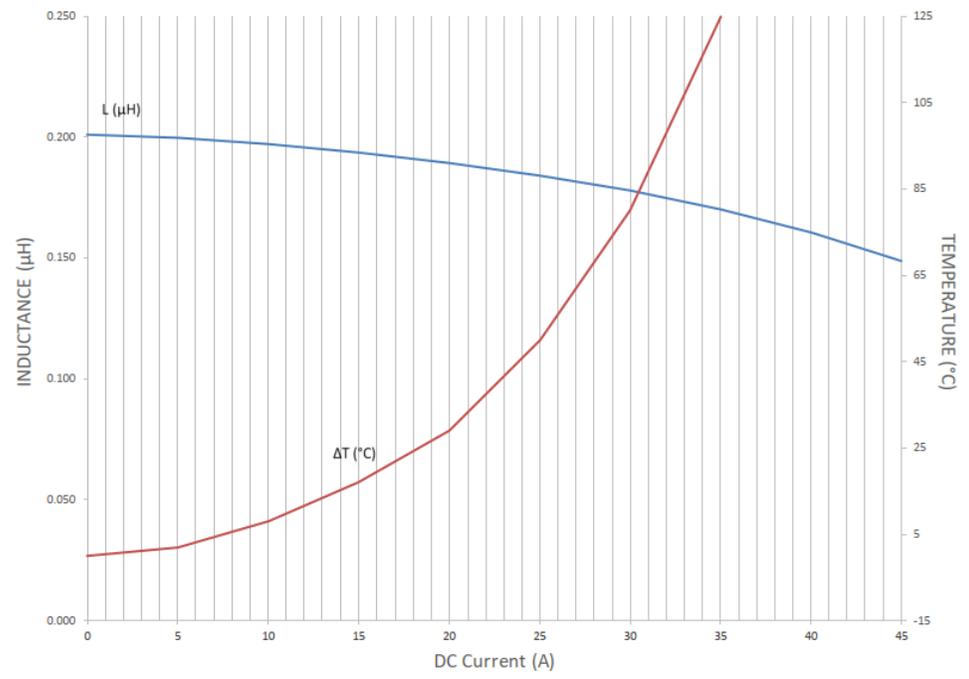
APPLICATIONS

- For small DC/DC converter (cellular phone, HDD, DVC, DSC, PDA, LCD display etc.)

CHARACTERISTICS

- Operating Temperature Range: -40°C to $+125^{\circ}\text{C}$
- Storage Temperature Range: -40°C to $+85^{\circ}\text{C}$
- Saturation Current: The saturation current value (I_{SAT}) is the DC current value when the inductance decreases by 30% of its initial value (at 20°C).
- Temperature Rise Current: The temperature rise current value (I_{RMS}) is the DC current value that increases component temperature by up to 40°C .

I&T Curve
R22



nt
Joule).
R.

Exemple 2, fiche technique (« datasheet »)



MLJ1005H type

FEATURES

- The small multilayer inductor most suitable for a noise countermeasure of a NFC circuit.
- Magnetic shielding structure reduces leakage flux.
- Narrow tolerance correspondence by highly precise laminating is achieved.
- Ultra-low loss ferrite material contributes to the improvement of circuit efficiency.
- Operating temperature range: -55 to +125°C

APPLICATION

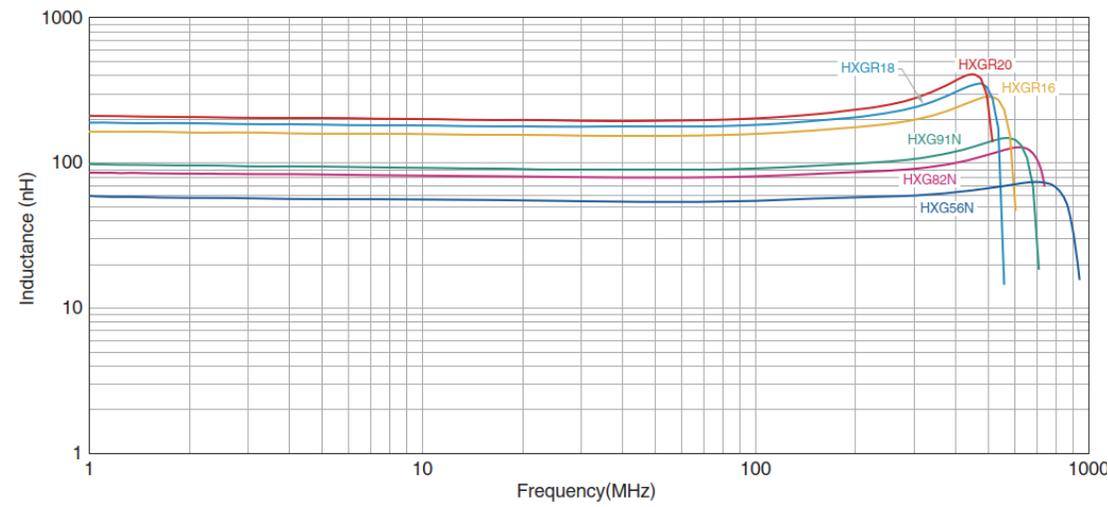
- Smartphone, tablets, wearable equipment, NFC circuits for devices such as PCs
- Application guides: [Smart phones/tablets](#)

CHARACTERISTICS SPECIFICATION TABLE

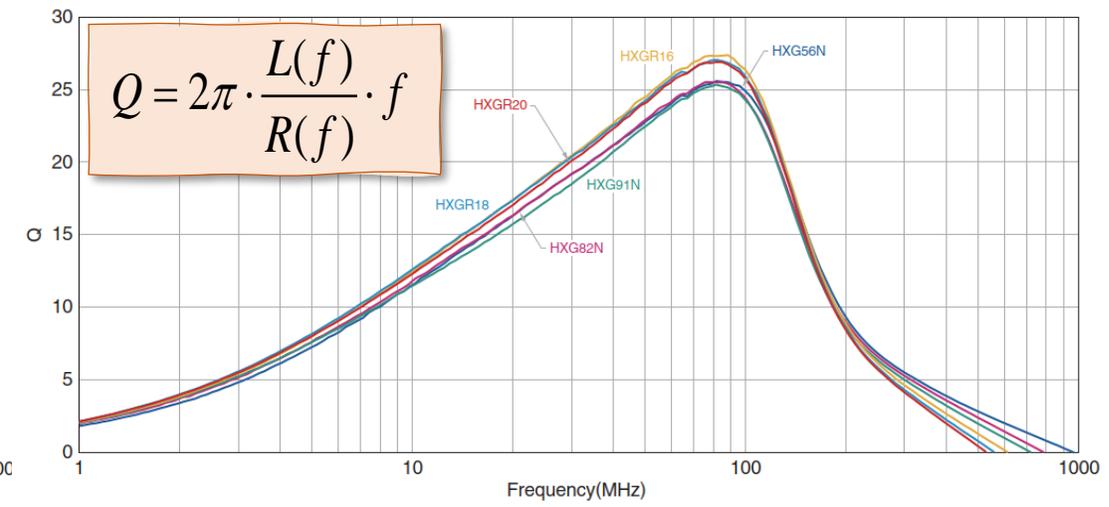
L (nH)	Tolerance	Q typ.	L, Q measuring conditions		DC resistance (Ω)max.	Rated current* 85°C (mA)max.
			Frequency (MHz)	Current (mA)		
56	±4nH	14	13.56	1	0.325	950
82	±5%	14	13.56	1	0.390	850
91	±5%	14	13.56	1	0.351	900
160	±5%	14	13.56	1	0.754	600
180	±5%	14	13.56	1	0.780	500
200	±5%	14	13.56	1	0.845	480

* Rated current: current assumed when temperature has risen to 40°C max.

L FREQUENCY CHARACTERISTICS



Q FREQUENCY CHARACTERISTICS



ale).

ferrite, poudre de fer : plus d'inductance, mais saturation et pertes magnétiques.



Māuruuru !