



Licence « Sciences pour l'ingénieur »

DS 2.3 - Énergétique et circuits électriques

TD 8 : Régime AC

Franco FERRUCCI

franco.ferrucci@upf.pf

Remarque : certains circuits dans ce document ont été créés avec Microcap™. Comme dans la plupart des logiciels de type SPICE, les valeurs des composants sont indiquées sans unités dans le schéma.

L'étudiant pourra en déduire l'unité en fonction du type de composant (résistance, capacité, inductance, source de tension, source de courant, etc.).

Rappel de suffixes SPICE :

meg : « méga », 1×10^6 .

k : « kilo », 1×10^3

m : « milli », 1×10^{-3}

u : « micro », 1×10^{-6}

n : « nano », 1×10^{-9}

p : « pico », 1×10^{-12}

Exercice 8.1 Calculer les phasors correspondants aux signaux suivants. Ensuite, tracer-les dans le plan complexe.

$$v_1(t) = 6 \cdot \cos(2\pi 60t - 40^\circ)$$

$$v_2(t) = -4 \cdot \sin(2\pi 60t + 20^\circ)$$

$$v_3(t) = -5 \cdot \cos(2\pi 60t + 40^\circ)$$

Pour rappel, voici quelques identités trigonométriques utiles pour convertir des sinus en cosinus et inversement :

$$\cos(\varphi) = \sin(\varphi + \underbrace{90^\circ}_{\pi/2})$$

$$\sin(\varphi) = \cos(\varphi - \underbrace{90^\circ}_{\pi/2})$$

$$-\cos(\varphi) = \cos(\varphi \pm \underbrace{180^\circ}_{\pi})$$

$$-\sin(\varphi) = \sin(\varphi \pm \underbrace{180^\circ}_{\pi})$$

Exercice 8.2 Calculer les phasors de « $v_1(t) + v_2(t)$ » et de « $v_2(t) + v_3(t)$ » de l'exercice précédent.

Exercice 8.3 Effet de la **multiplication et division par j sur un nombre complexe**. On considère le nombre complexe $z = 2 + j3$.

- Tracer le point z dans le plan complexe.
- Calculer et tracer les résultats suivants : $z \cdot j$, $z \cdot j^2$, $z \cdot j^3$, z / j , z / j^2 , z / j^3 .
- Observation :
 - Quelle est l'opération géométrique effectuée sur z lorsqu'on multiplie par j ?
 - Et lorsqu'on divise par j ?
 - Que constate-t-on pour j^2 et j^3 ?

Exercice 8.4 En utilisant l'approche par les phasors, déterminer dv/dt et $\int v dt$ si la tension $v(t)$ est donnée par :

$$v(t) = 30 \cos(5t - 20^\circ)$$

Remarque :

- En général, lorsqu'une équation contient une **intégrale**, il faut préciser une **condition initiale**.
- Cependant, en régime permanent sinusoïdal (AC), **on suppose** que les tensions et courants sont périodiques et à **valeur moyenne nulle**.
- Dans ce contexte, la condition initiale est considérée sans effet sur l'évolution des grandeurs électriques.
- Ainsi, dans l'approche par les phasors, l'intégrale d'un signal sinusoïdal est représentée **sans constante d'intégration** :

$$\int \sin(\omega t) dt = -\frac{1}{\omega} \cos(\omega t)$$
$$\int \cos(\omega t) dt = \frac{1}{\omega} \sin(\omega t)$$

Exercice 8.5 En utilisant l'approche par les phasors, déterminer le courant $i(t)$ dans un circuit décrit par l'équation intégro-différentielle suivante (voir exemple 9.7, réf. [1]) :

$$4 \cdot i(t) + 8 \int i(t) dt - 3 \frac{di(t)}{dt} = 50 \cdot \sin(2t + 165^\circ)$$

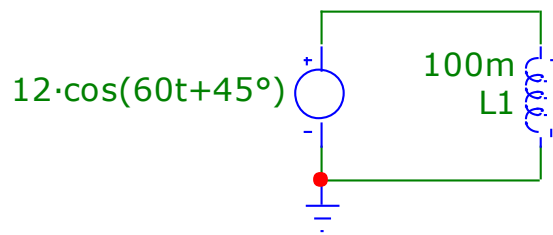
Exercice 8.6 Toujours en utilisant l'approche par les phasors, déterminer la tension $v(t)$ dans un circuit décrit par l'équation suivante (voir exercice d'application 9.7, réf. [1]) :

$$2 \frac{dv(t)}{dt} + 5 \cdot v(t) + 10 \int v(t) dt = 50 \cdot \sin(5t + 60^\circ)$$

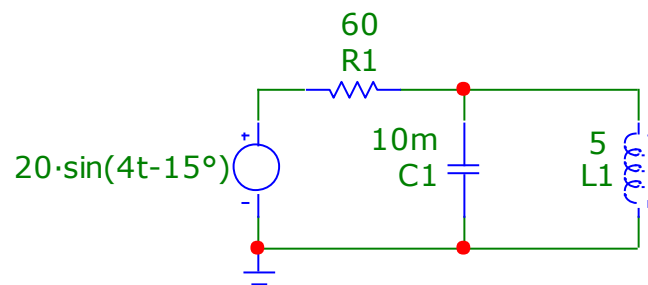
Exercice 8.7 À partir des équations données dans les exercices **8.5** et **8.6**, déduire les circuits électriques correspondants. Identifier les éléments (résistances, condensateurs, bobines) ainsi que la source d'alimentation. Indiquer clairement :

- Le type et la valeur de chaque composant.
- La nature de la source (tension, courant).
- Le type de montage (série ou parallèle, si identifiable).

Exercice 8.8 La tension $v(t)=12\cos(60t+45^\circ)$ est appliquée à une inductance de 100 mH. Déterminer le courant $i(t)$ en régime permanent traversant l'inductance.

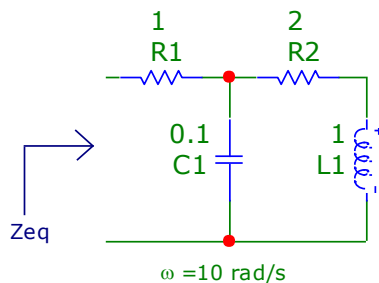


Exercice 8.9 (voir exemple 9.11, réf. [1]) La tension $v(t)=20\sin(4t-15^\circ)$ est appliquée à un circuit composé d'une résistance, un condensateur et une inductance. Déterminer la tension sur l'inductance $v_{L1}(t)$ en régime permanent.

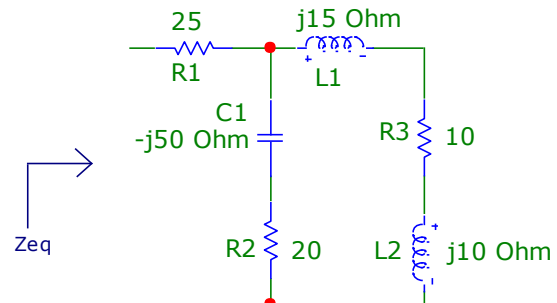


Exercice 8.10 Calculer l'impédance équivalente pour les circuits suivants. Exprimer le résultat en forme polaire.

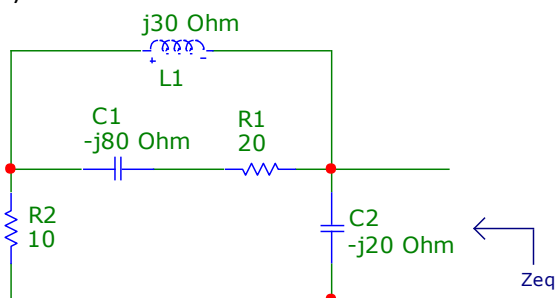
a)



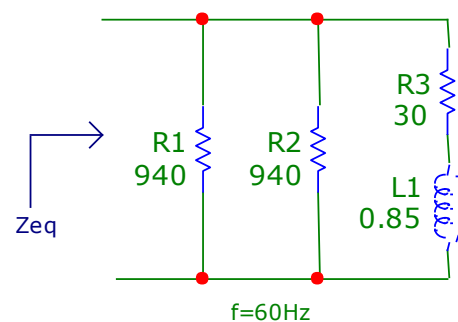
b)



c)



d)



Réponses :

a) $(1.507 \angle -47.21^\circ) \Omega$,

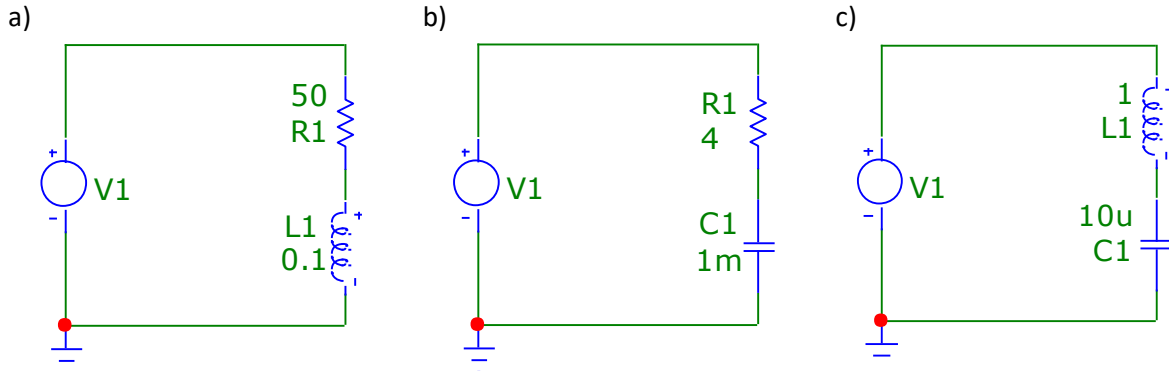
b) $(58.566 \angle 23.95^\circ) \Omega$,

c) $(31.967 \angle -77.18^\circ) \Omega$,

d) $(254.713 \angle 52.00^\circ) \Omega$.

Exercice 8.11 La tension $v_1(t) = \sqrt{2} \cdot 230 \cdot \sin(2\pi 60t)$ est appliquée aux circuits montrés ci-dessous.

- En utilisant la formule de **diviseur de tension**, calculer les **valeurs efficaces des tensions** aux bornes de tous les composants.
- Vérifier si la Loi de Kirchhoff des Tensions (LKT) est respectée lorsqu'on utilise les valeurs efficaces des tensions. Expliquer pourquoi cette loi est (ou n'est pas) rigoureusement vérifiée dans ce contexte.

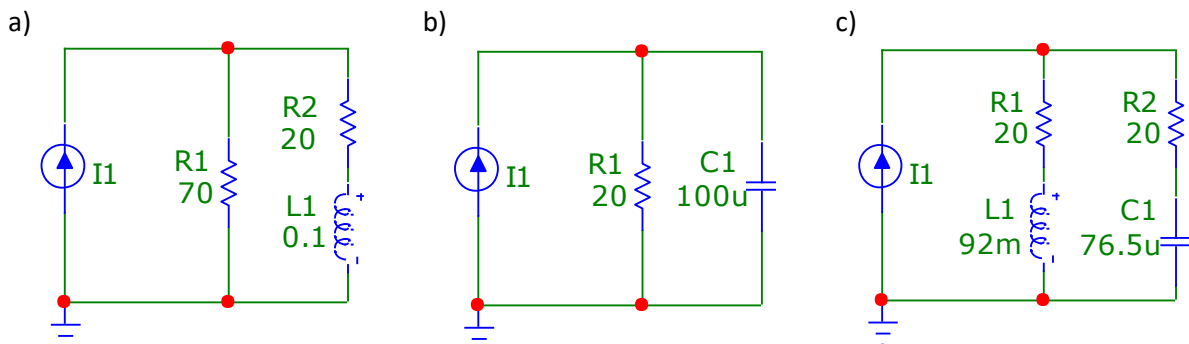


Réponses :

a) $V_{ef,R1} = 183.65 \text{ V}$, $V_{ef,L1} = 138.47 \text{ V}$, b) $V_{ef,R1} = 191.68 \text{ V}$, $V_{ef,C1} = 127.11 \text{ V}$, c) $V_{ef,L1} = 776.03 \text{ V}$, $V_{ef,C1} = 546.03 \text{ V}$.

Exercice 8.12 Le courant $i_1(t) = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot \sin(2\pi 60t)$ est appliqué aux circuits montrés ci-dessous.

- En utilisant la formule de **diviseur de courant**, calculer les **valeurs efficaces des courants** sur toutes les branches.
- Vérifier si la Loi de Kirchhoff du Courant (LKC) est respectée lorsqu'elle est appliquée aux valeurs efficaces des courants. Expliquer pourquoi elle est (ou n'est pas) vérifiée.

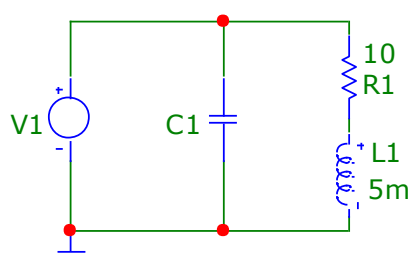


Réponses :

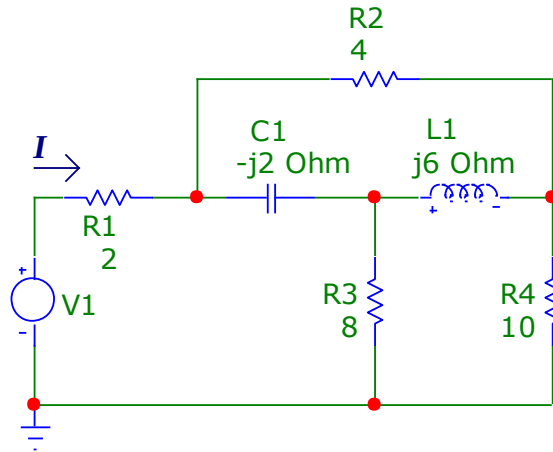
a) $I_{ef,R1} = 4.37 \text{ A}$, $I_{ef,L1} = 7.17 \text{ A}$, b) $I_{ef,R1} = 7.98 \text{ A}$, $I_{ef,C1} = 6.02 \text{ A}$, c) $I_{ef,R1} = 10.0 \text{ A}$, $I_{ef,R2} = 10.0 \text{ A}$,

Exercice 8.13 Compensation d'une charge inductive. Une charge industrielle est modélisée par une combinaison série d'une résistance et d'une inductance, comme illustré sur la figure ci-dessous.

Déterminer la valeur du condensateur C, à placer en parallèle de la combinaison RL, de manière à ce que l'impédance totale du circuit soit purement résistive à la fréquence $f=60 \text{ Hz}$.



Exercice 8.14 (voir exercice 9.53, réf. [1]) Utiliser la **méthode de nœuds** pour calculer le courant I (phasor) indiqué dans le schéma ci-dessous. La source de tension est représentée par le phasor $(60 \angle -30^\circ)$ V.



Extra extra ! Ci-dessous, vous trouverez un code Python qui permet de calculer la résistance équivalente de l'exercice 8.10 c. Ce code montre :

- l'utilisation de la notation **1j** pour représenter les nombres imaginaires purs,
- la fonction **abs()** pour obtenir le module (valeur absolue) d'un nombre complexe,
- la fonction **angle()** pour obtenir son argument (ou phase), en radians ou en degrés.

Vous pouvez exécuter ce code de différentes manières :

- **Google Colab** – en ligne, (nécessite un compte Google) : <https://colab.research.google.com/>
- **PythonAnywhere** – simple, sans inscription : <https://www.pythonanywhere.com/try-ipython/>
- Sur votre ordinateur – vous pouvez exécuter ce code directement dans **Spyder**.

```
import numpy as np

def parallel(Z1, Z2):
    return Z1*Z2/(Z1+Z2)

### Résistance équivalente
R1 = 20      # Ohm
R2 = 10      # Ohm
Z_L1 = 1j*30 # Ohm
Z_C1 = -1j*80 # Ohm
Z_C2 = -1j*20 # Ohm
#
Zeq = parallel(Z_C2, parallel(Z_L1, Z_C1+R1)+ R2)
#
Zeq_abs = np.abs(Zeq)
Zeq_angle = np.angle(Zeq, deg=False)
Zeq_angle_deg = np.angle(Zeq, deg=True)
#
print(f"Module: {Zeq_abs:.3f}")
print(f"Angle (radians): {Zeq_angle:.2f}")
print(f"Angle (degrés): {Zeq_angle_deg:.2f}")
```

Exercices complémentaires. Afin de renforcer votre compréhension des concepts étudiés, je vous suggère de travailler les exercices suivants, extraits de « Analyse des circuits électriques » Charles K Alexander - Matthew NO Sadiku (disponible à la Bibliothèque Universitaire).

Questions récapitulatives (page 400) :

9.2 9.3 9.4

9.5 9.6 9.9

Problèmes à résoudre (page 400) :

9.5 9.6 9.8 9.9

9.11 9.25 9.27 9.35

9.41 9.43 9.47 9.57

9.59 9.60 9.67 9.66

Remarque : Les solutions des exercices impairs se trouvent à la fin du livre, sur l'annexe « F » 😎.

Références :

- [1]. Analyse des circuits électriques - Charles K Alexander - Matthew NO Sadiku - 1e édition - janvier 2012. Titre original en Anglais : « Fundamentals of electric circuits », 7th edition (Disponible à la bibliothèque (BU) de l'UPF).