

Licence « Sciences pour l'ingénieur »

DS 2.3 - Énergétique et circuits électriques

Franco FERRUCCI
franco.ferrucci@upf.pf

Contenu

Circuits en courant alternatif

- Motivation : régime transitoire vs régime permanent dans les circuits alimentés par des sources de tension sinusoïdales.
- Sinusoïdes et **phasors** (représentation de Fresnel)
 - Rappel : nombres complexes et trigonométrie
 - Valeur efficace ou RMS (*root mean square*)
- Relations en régime sinusoïdal (phasors) pour les éléments R, L et C
- Impédance, admittance et triangle d'impédance
- Lois de Kirchhoff dans le domaine fréquentiel
- Combinaisons d'impédances
- Analyse du régime permanent sinusoïdal
- Résumé



Motivation

Motivation

Pour quoi AC ?

Centrale de génération à la Punaruu, Tahiti



Vue de l'extérieur
8 cheminées $\Rightarrow$ 8 générateurs

Salle de contrôle



Motivation

Pour quoi AC ?

Centrale de génération à la Punaruu, Tahiti



Moteurs thermiques (diesel) couplés
aux générateurs électriques

Groupe #2 (13,7 MW)



Motivation

Pour quoi AC ?

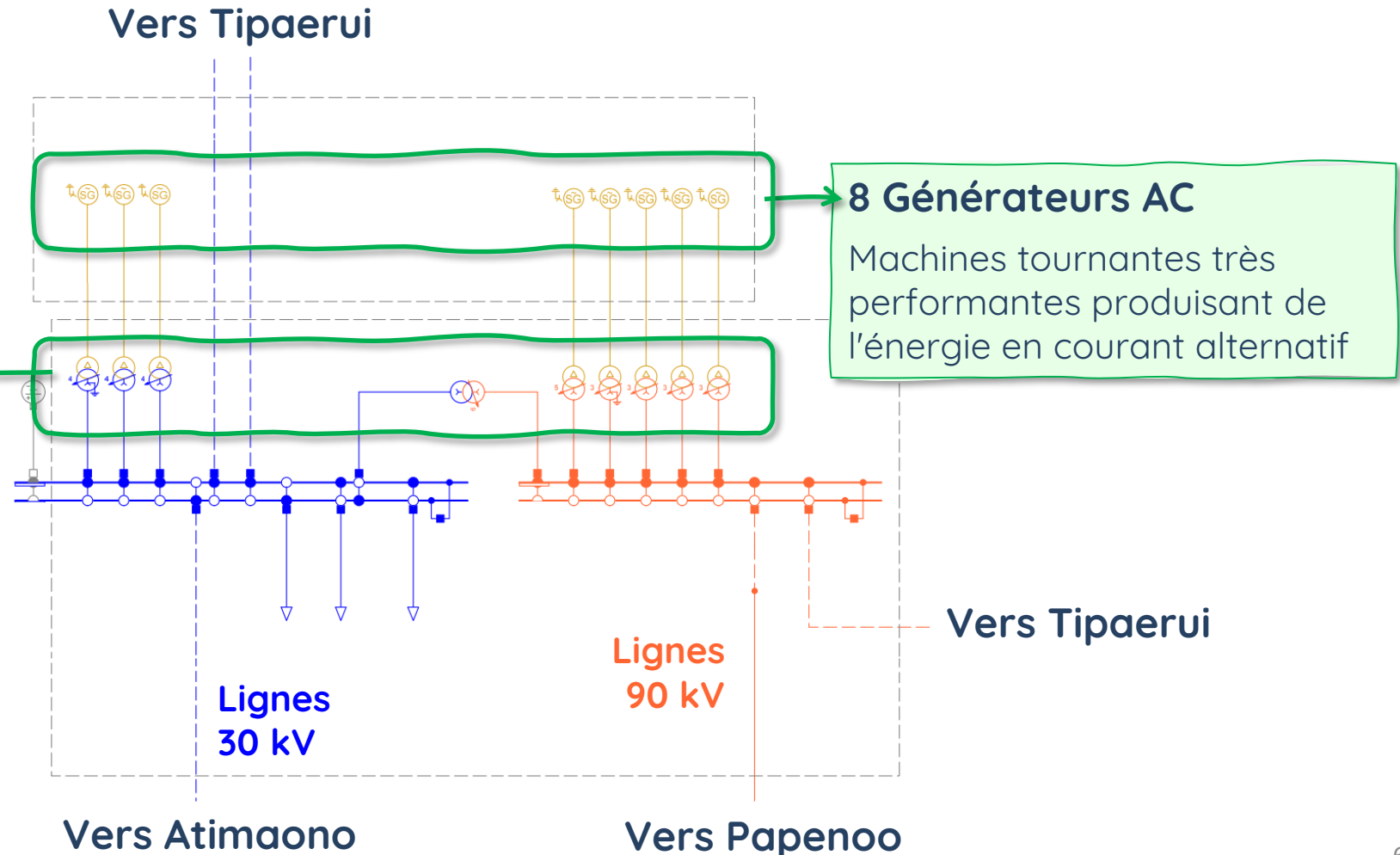
Centrale de génération à la Punaruu, Tahiti

Réseau TEP 2024

Transformateurs

Ils permettent de changer la tension (l'augmenter dans ce cas) afin de transmettre l'énergie électrique avec de faibles pertes Joule.

Un transformateur ne fonctionne qu'avec des tensions et des courants alternatifs (AC).



Motivation

Pour quoi AC ?

Pourquoi produire et transmettre en courant alternatif (AC) ?

- **Production simple et efficace**

Machines tournantes performantes avec très haut rendement (~**96 %**), directement adaptées à l'AC

- **Transformation facile de la tension**

Utilisation de transformateurs (rendement ~**99 %**) pour élever ou abaisser la tension

- **Transmission sur de longues distances avec faibles pertes**

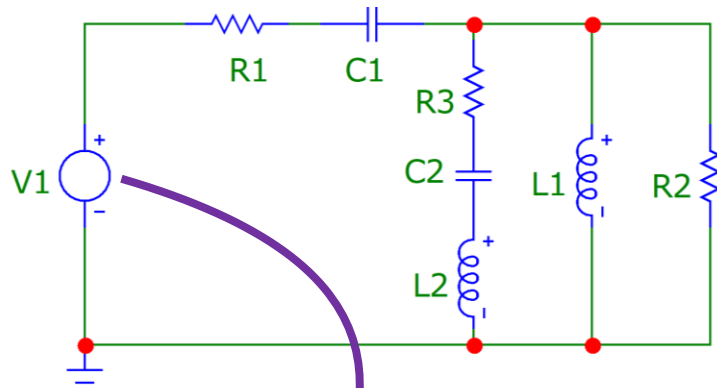
Haute tension = faible courant = faibles pertes Joule

Motivation

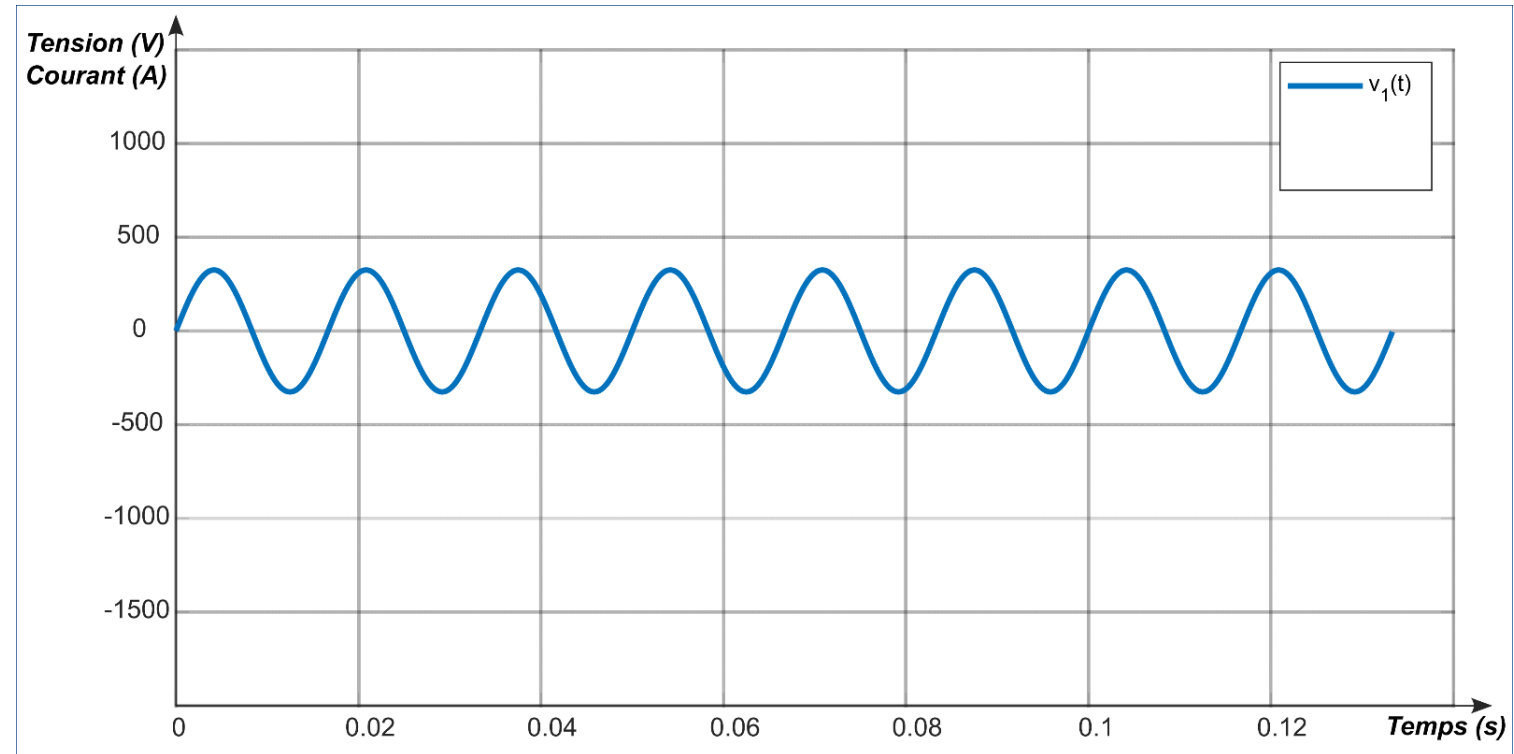
Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Évolution temporelle

Circuit



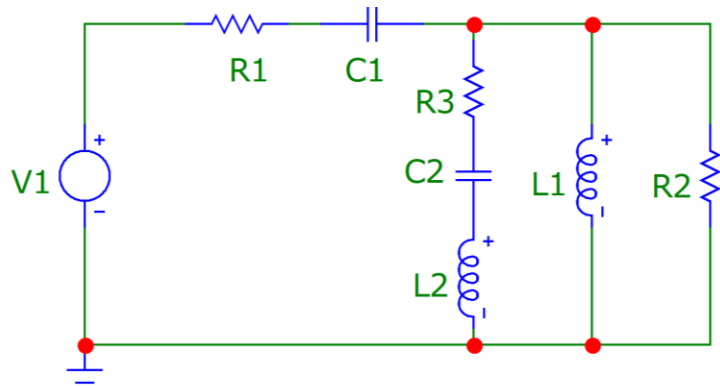
Tension
sinusoïdale



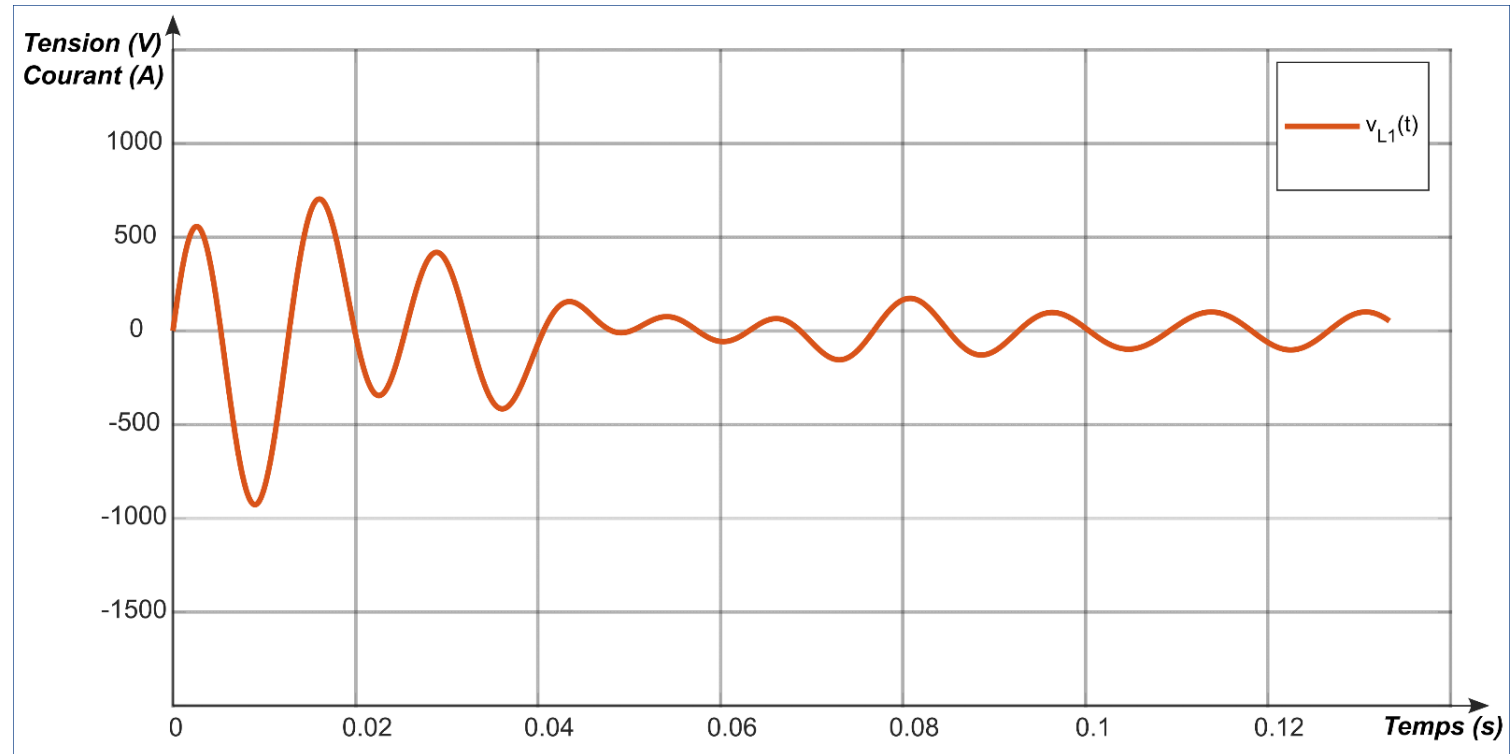
Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Circuit



Évolution temporelle



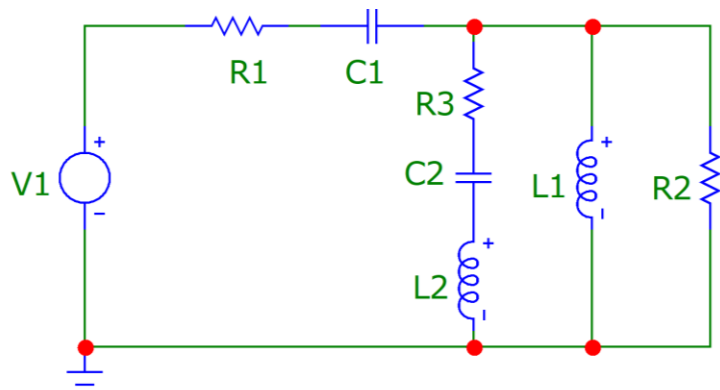
Régime
transitoire

Régime
permanent

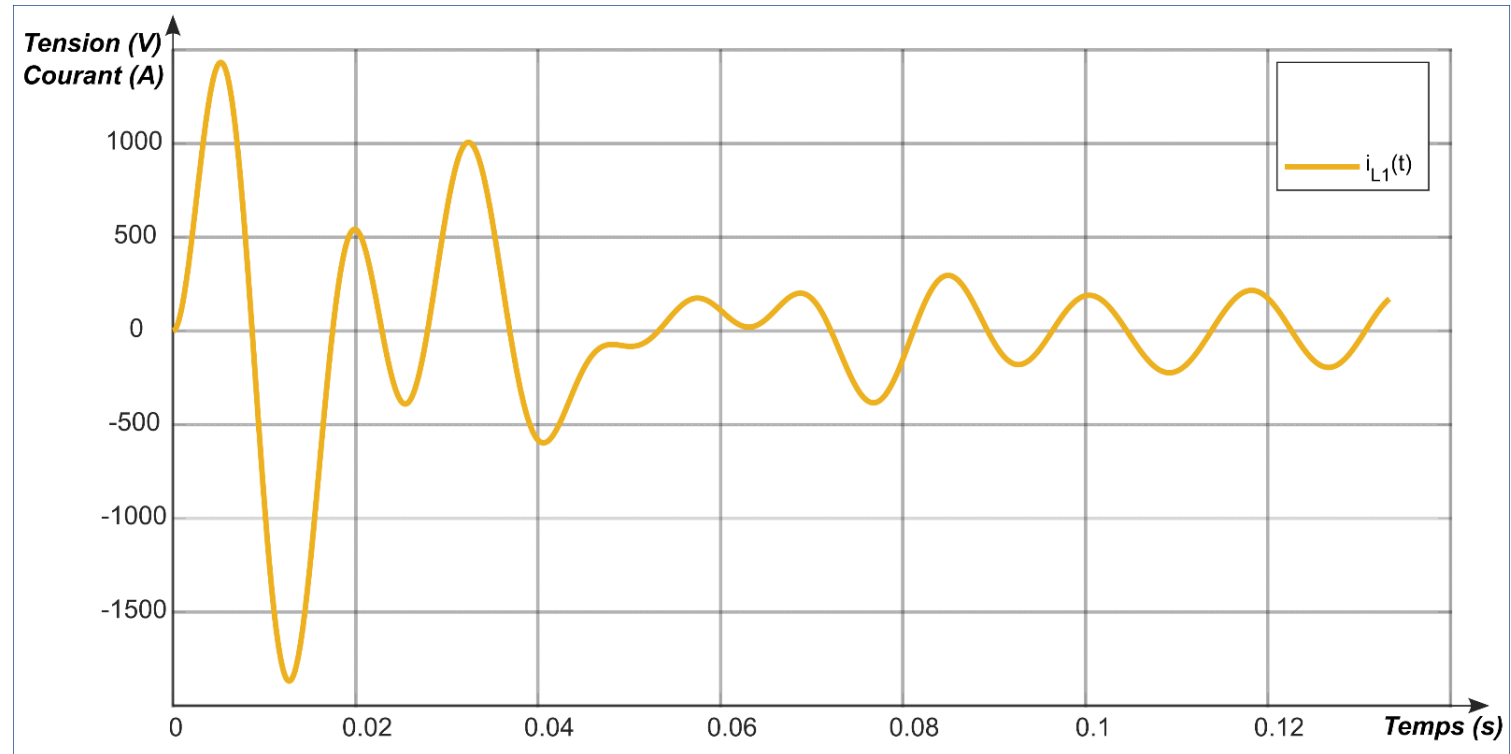
Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Circuit



Évolution temporelle



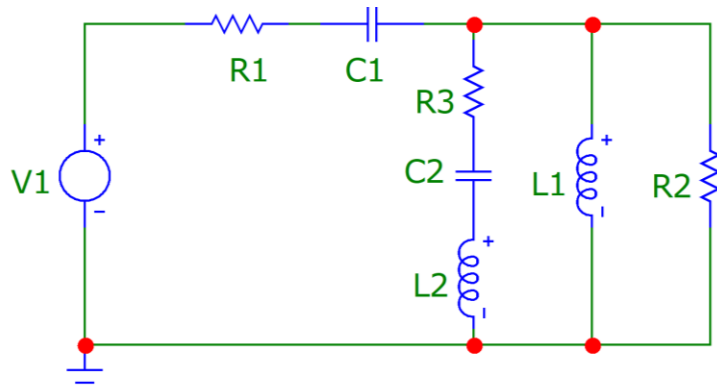
Régime
transitoire

Régime
permanent

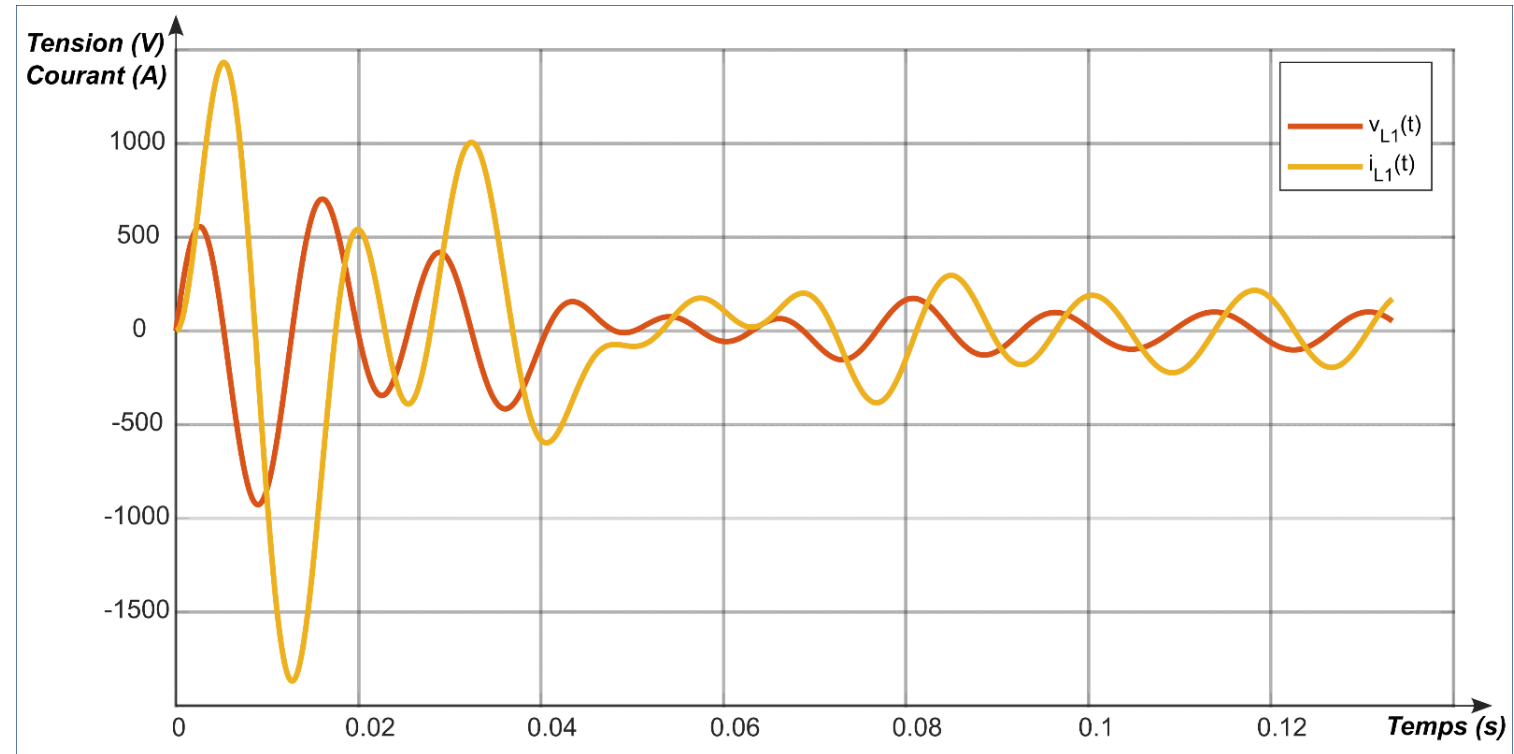
Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Circuit



Évolution temporelle



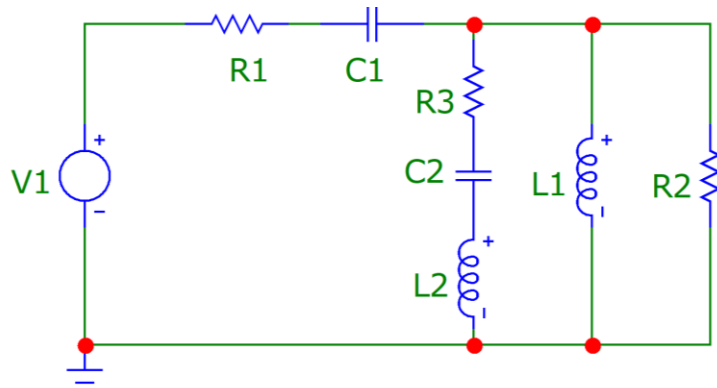
Régime
transitoire

Régime
permanent

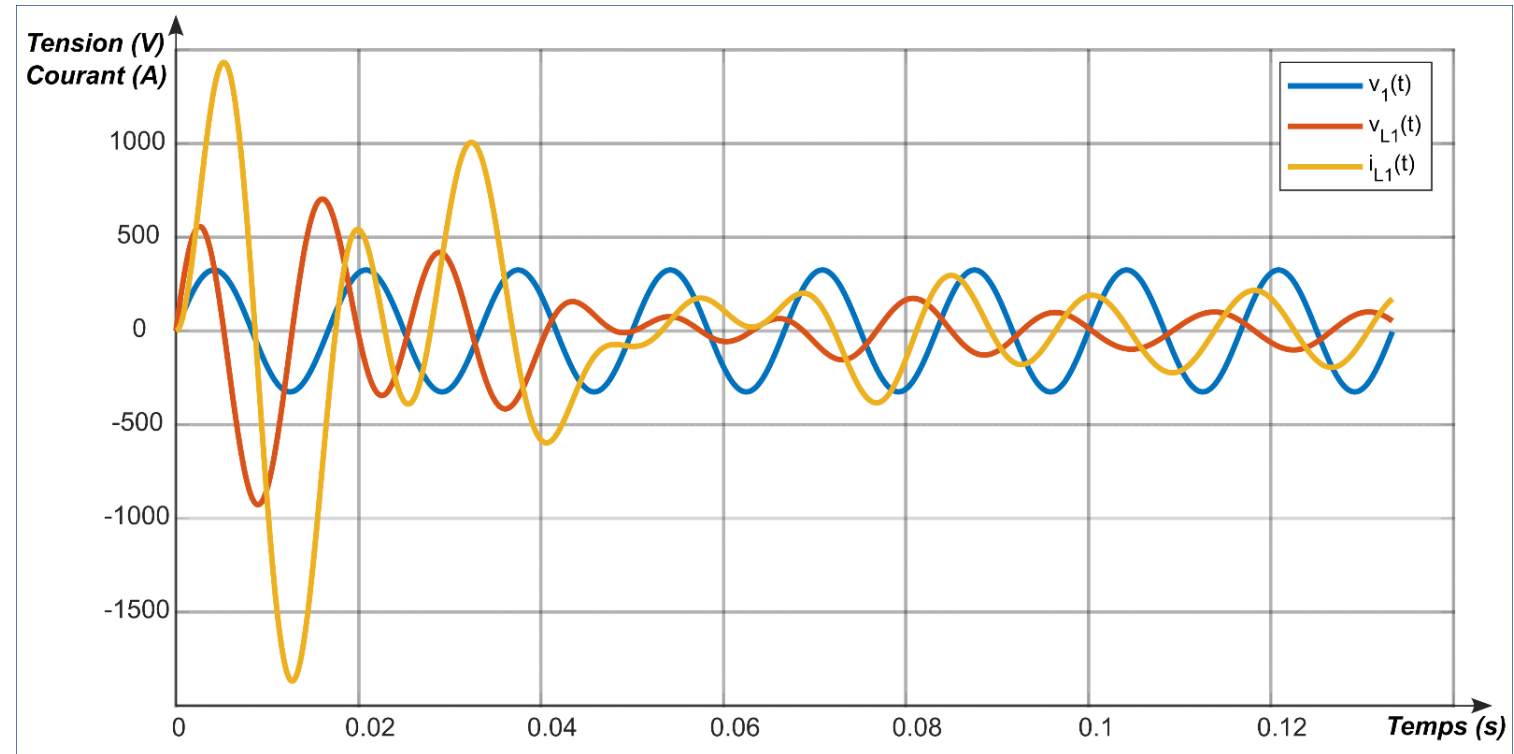
Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Circuit



Évolution temporelle



Régime
transitoire

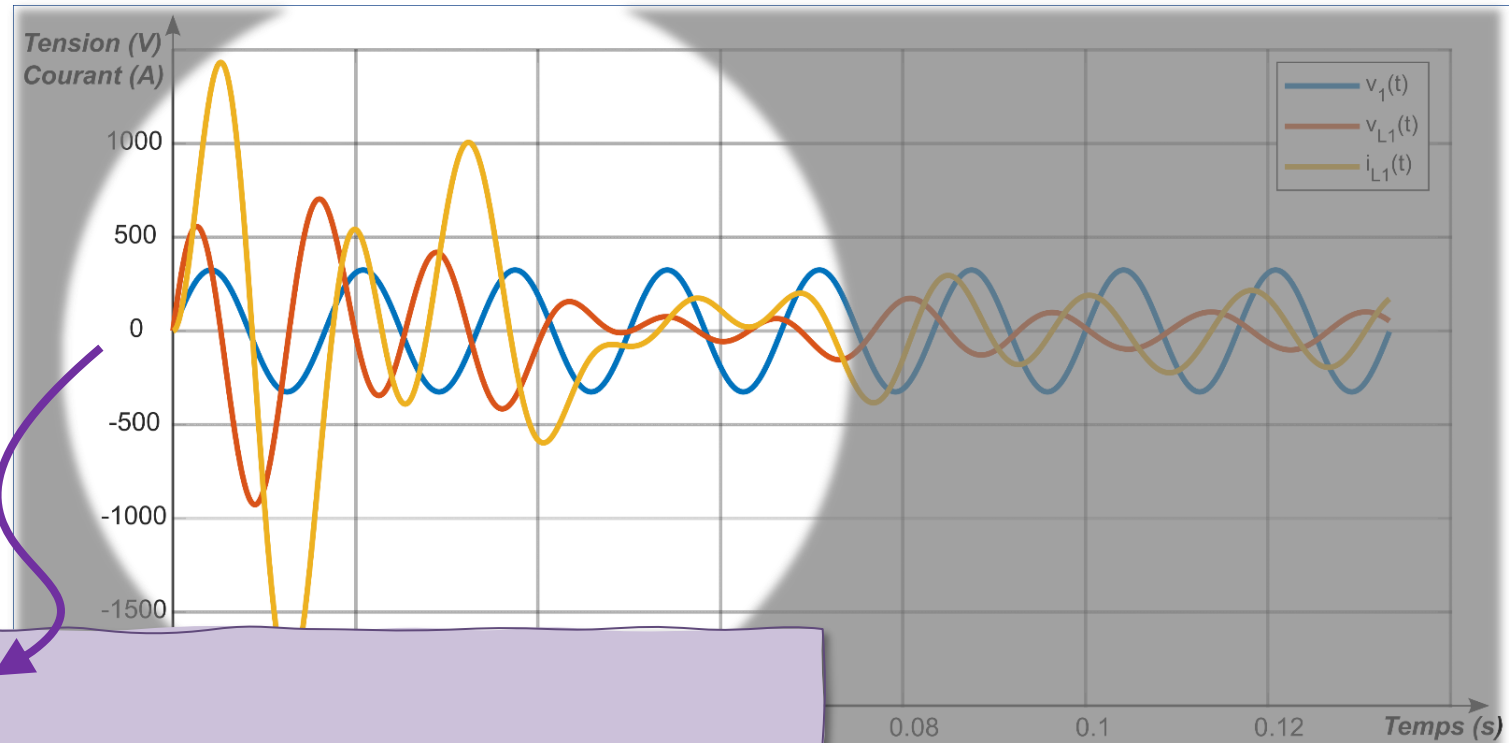
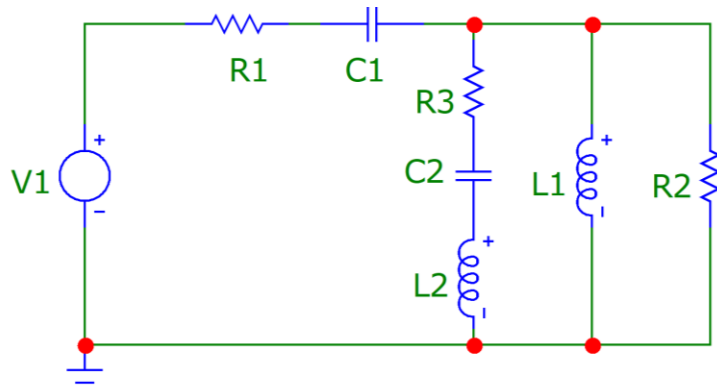
Régime
permanent

Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Évolution temporelle

Circuit



Transitoire :

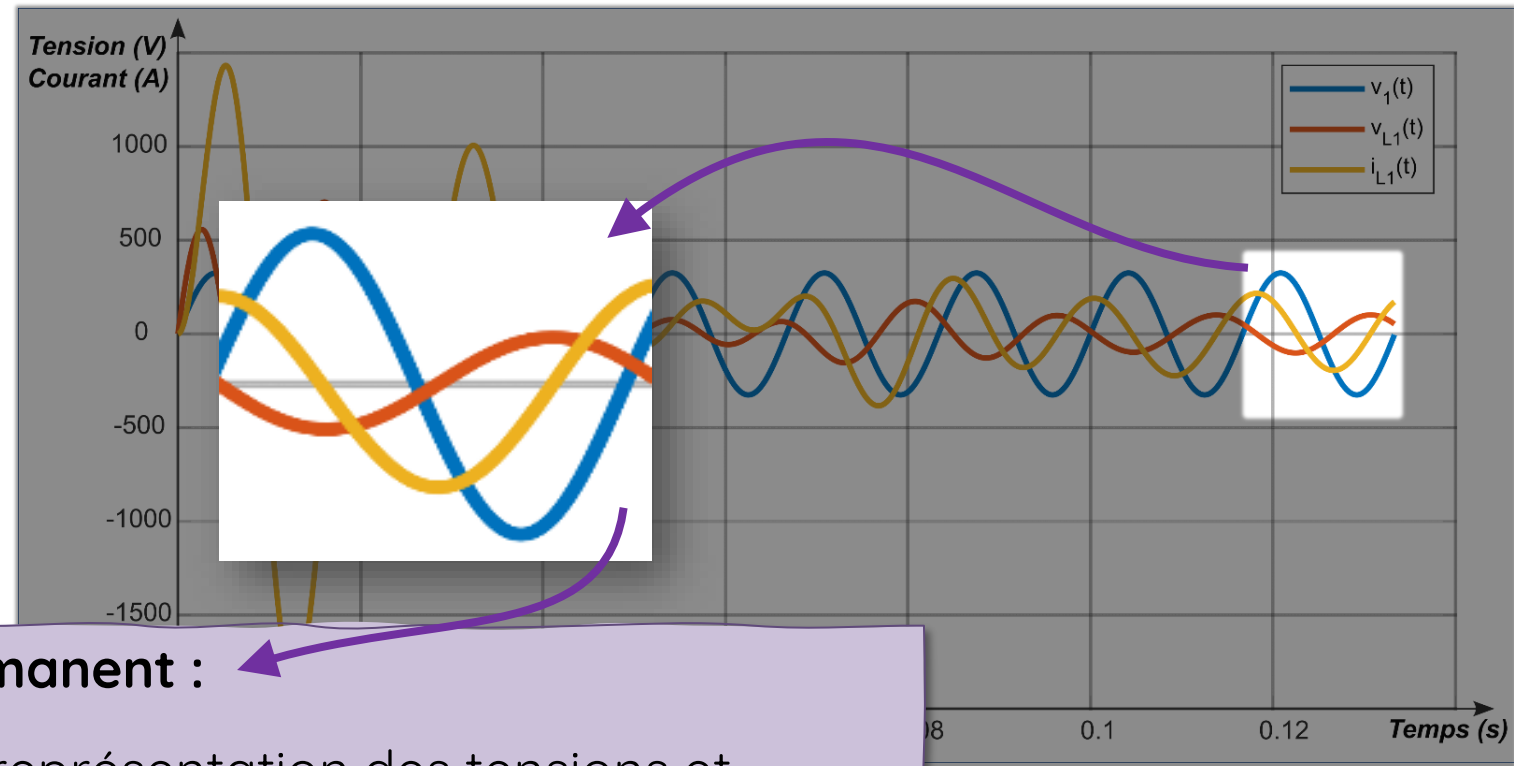
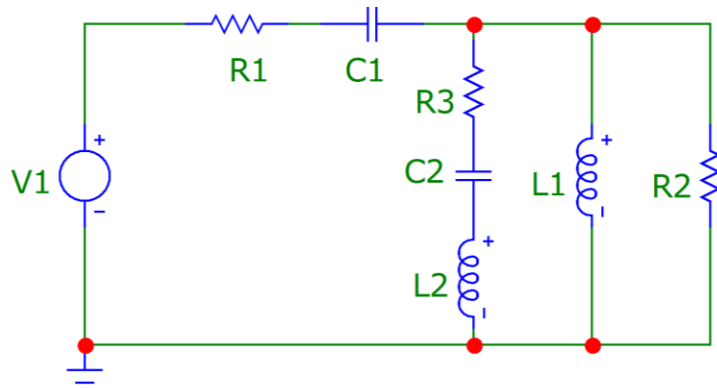
- Solution : logiciels de simulation des circuits électriques/électroniques (ex : MicroCap)
- Ce n'est pas l'objet de ce cours ! ❌

Motivation

Rég. Transitoire vs Permanent avec des sinusoïdaux

Évolution temporelle

Circuit



Régime permanent :

- Solution : représentation des tensions et courants en termes de **nombres complexes**
- C'est l'objet de ce cours ! ✓

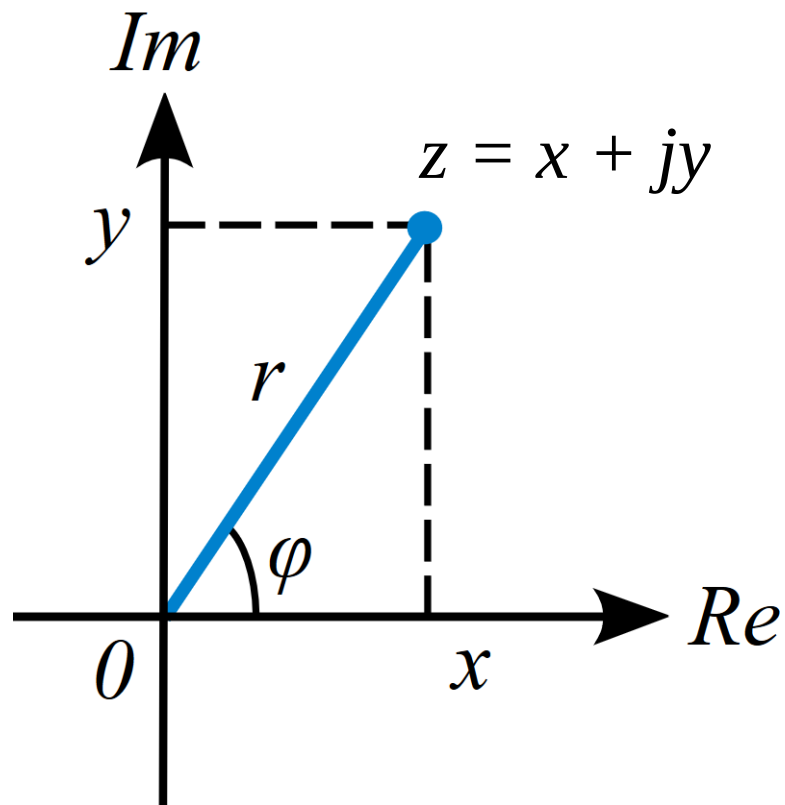


Rappel : nombres complexes et trigonométrie



Rappel : nombres complexes

Introduction



- j est un nombre imaginaire tel que : $j^2 = -1$
- Forme algébrique :
 - x est la **partie réelle** de z : $x = \mathbf{Re}(z)$
 - y est la **partie imaginaire** de z : $y = \mathbf{Im}(z)$
- Forme polaire :
 - r est le **module** de z et est noté $|z|$
 - φ est **l'argument** de z , et est noté $\angle z$ ou $\mathbf{arg}(z)$
- L'ensemble $\mathbb{C}$ est muni d'une **addition** et une **multiplication**.

Forme algébrique

$$z = x + jy$$

$$x, y \in \mathbb{R}$$

Forme polaire

$$z = r \angle \varphi$$

$$r, \varphi \in \mathbb{R}, r > 0$$

Rappel : nombres complexes

Opérations

Soient :

$$z_1 = x_1 + j y_1 = |z_1| \angle \varphi_1$$

$$z_2 = x_2 + j y_2 = |z_2| \angle \varphi_2$$

Conjugué :

(définition)

$$\bar{z} = x - i y$$

Addition :

(définition)

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j (y_1 + y_2)$$

Multiplication :

(définition)

$$z_1 \cdot z_2 = x_1 x_2 + x_1 j y_2 + j y_1 x_2 + j y_1 j y_2 =$$

$$= (x_1 x_2 - y_1 y_2) + j (x_1 y_2 + x_2 y_1) = |z_1| \cdot |z_2| \angle (\varphi_1 + \varphi_2)$$

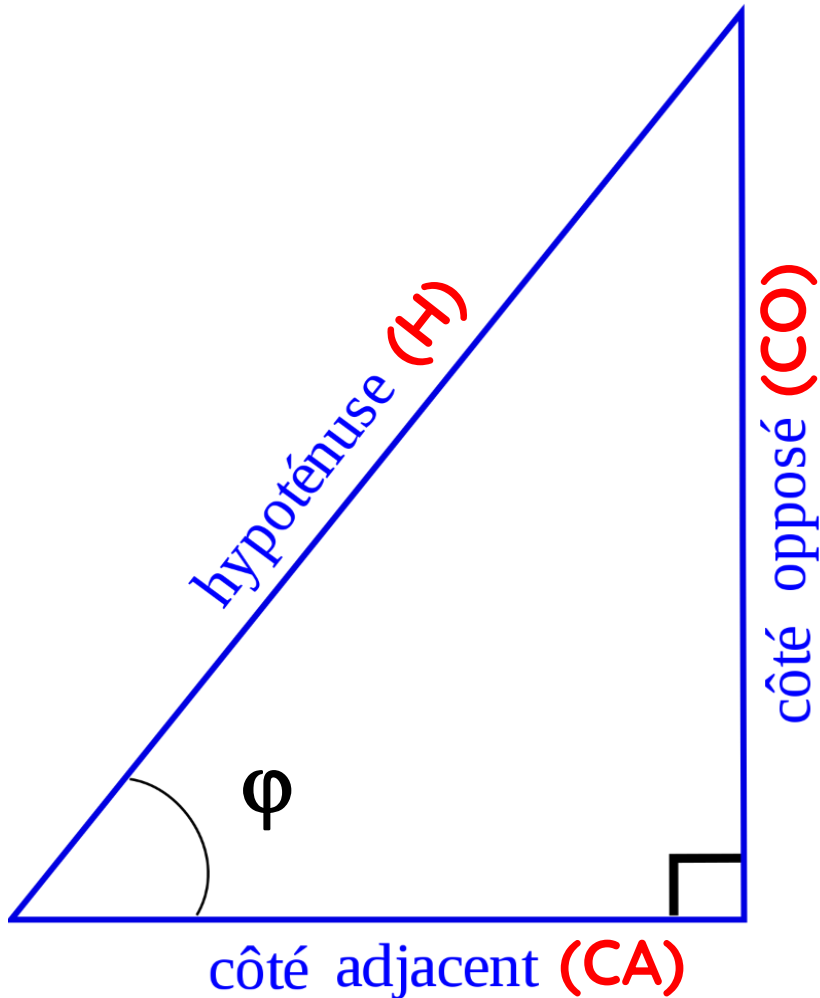
Division :

(conséquence)

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + j y_1}{x_2 + j y_2} \frac{x_2 - j y_2}{x_2 - j y_2} = \dots = \frac{(x_1 x_2 + y_1 y_2) + j (y_1 x_2 - x_1 y_2)}{x_1^2 + y_1^2} = \frac{|z_1|}{|z_2|} \angle (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Rappel : nombres complexes

Trigonométrie



□ Formules trigonométriques :

$$\cos(\varphi) = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\sin(\varphi) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}$$

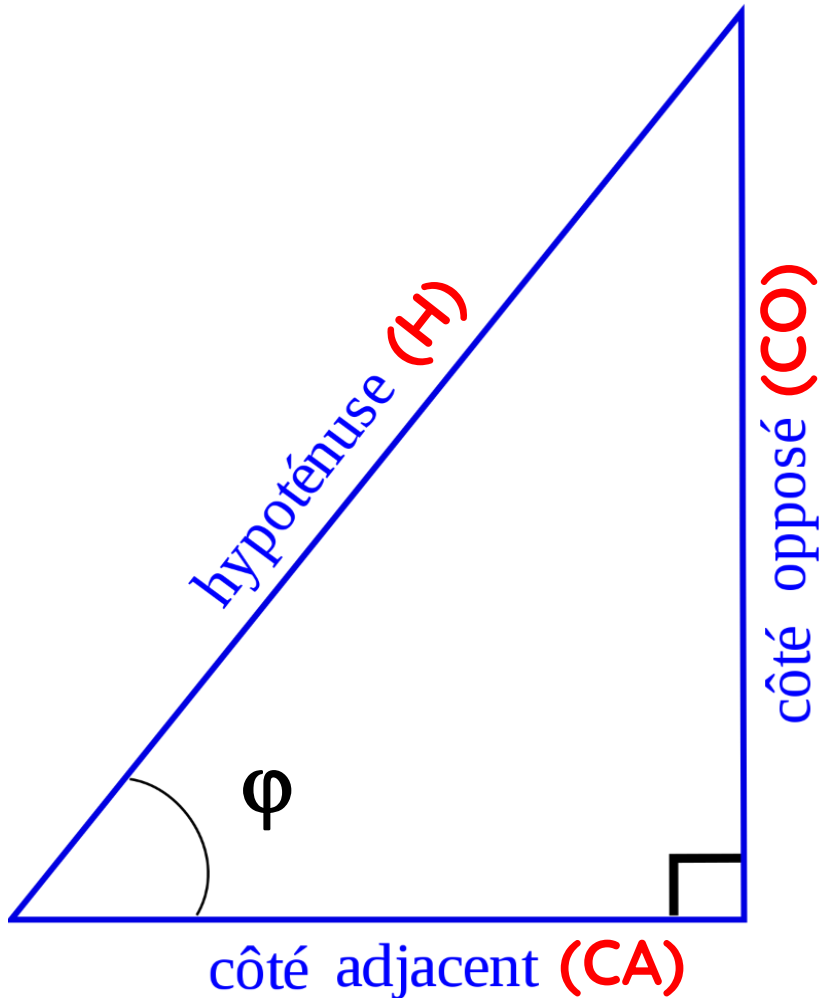
$$\tan(\varphi) = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}$$

□ Théorème de Pythagore :

$$H^2 = CA^2 + CO^2$$

Rappel : nombres complexes

Trigonométrie



□ Formules trigonométriques **inverses** :

$$\varphi = \arccos\left(\frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}}\right)$$

$$\varphi = \arcsin\left(\frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}}\right)$$

$$\varphi = \arctan\left(\frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}\right)$$

Rappel : nombres complexes

Transformations

□ Forme algébrique $\Rightarrow$ forme polaire :

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\arg(z) = \varphi = \begin{cases} \arctan\left(\frac{y}{x}\right) & \text{si } x > 0 \\ \arctan\left(\frac{y}{x}\right) + 180^\circ & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

□ Forme polaire $\Rightarrow$ forme algébrique :

$$x = |z| \cos(\varphi)$$

$$y = |z| \sin(\varphi)$$

Rappel : nombres complexes

Forme exponentielle

Formule d'Euler :

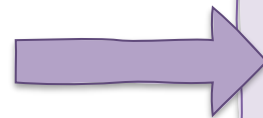
$$e^{j\varphi} = \cos(\varphi) + j \sin(\varphi)$$

Une des plus belles formules des mathématiques :

- Elle relie l'exponentielle, la trigonométrie et les nombres complexes.
- Fondamentale en physique, ingénierie, analyse de signaux, etc.
- Simplifie la multiplication et la division de nombres complexes.

Application aux nombres complexes :

$$z = |z| e^{j\varphi}$$



$$z = |z| e^{j\varphi} = |z| \cos(\varphi) + j |z| \sin(\varphi)$$

Régime périodique

Régime périodique

Caractéristiques d'un signal périodique

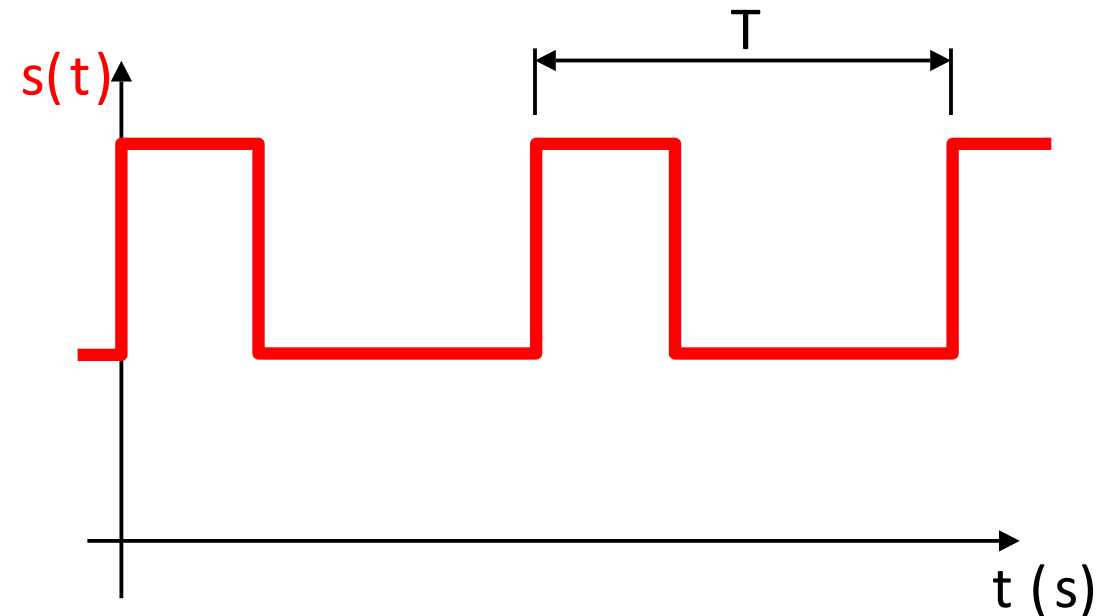
Un signal est dit **périodique** si les variations de son amplitude se reproduisent **régulièrement** au bout d'une **période T constante**

$$s(t) = s(t + n \cdot T)$$

pour tout t et pour tout entier n .

Propriétés d'un signal $s(t)$:

- Période T (s)
- Fréquence f (Hz = s⁻¹)
- Pulsation ou fréquence angulaire ω (rad/s)
- Valeur moyenne* $\langle s \rangle$ ou S_{moy}
- Valeur efficace* S_{eff} ou S_{RMS}



* Même unité que celle de la grandeur de $s(t)$ (tension, courant, ...)

Régime périodique

Caractéristiques d'un signal périodique

Un signal
son amplitude
au bout

**Période, fréquence
et pulsation**

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

$$f = \frac{1}{T}$$

**Valeur moyenne
(définition)**

$$S_{\text{moy}} = \langle s \rangle = \frac{1}{T} \int_T s(t) dt$$

**Valeur efficace
(définition)**

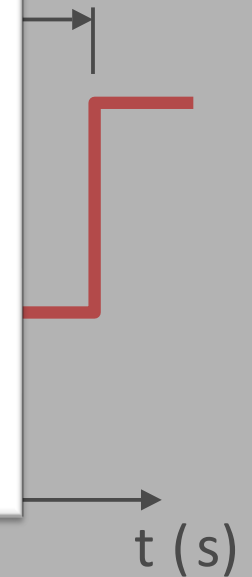
$$S_{\text{eff}} = S_{\text{RMS}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T s^2(t) dt}$$

Propriétés

- Période
- Fréquence
- Pulsation
- Valeur efficace*
- Valeur efficace* S_{eff} ou S_{RMS}

$+ n \cdot T$

et pour
tier n .

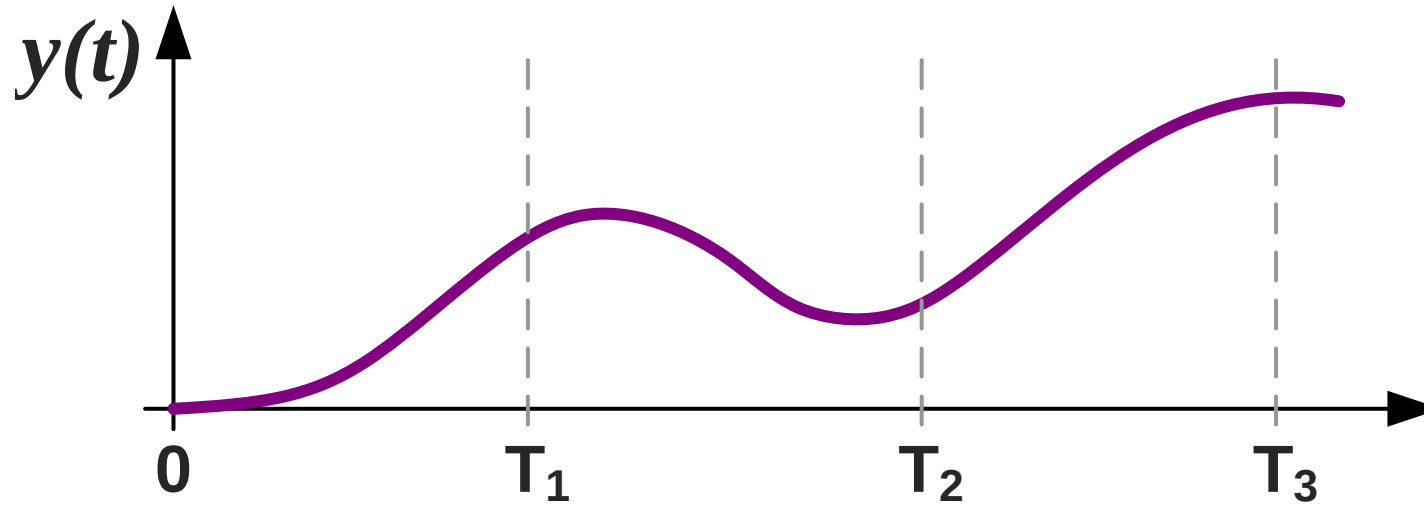


* Même unité que celle de la grandeur de $s(t)$ (tension, courant, ...)

Régime périodique

Intégral d'une courbe

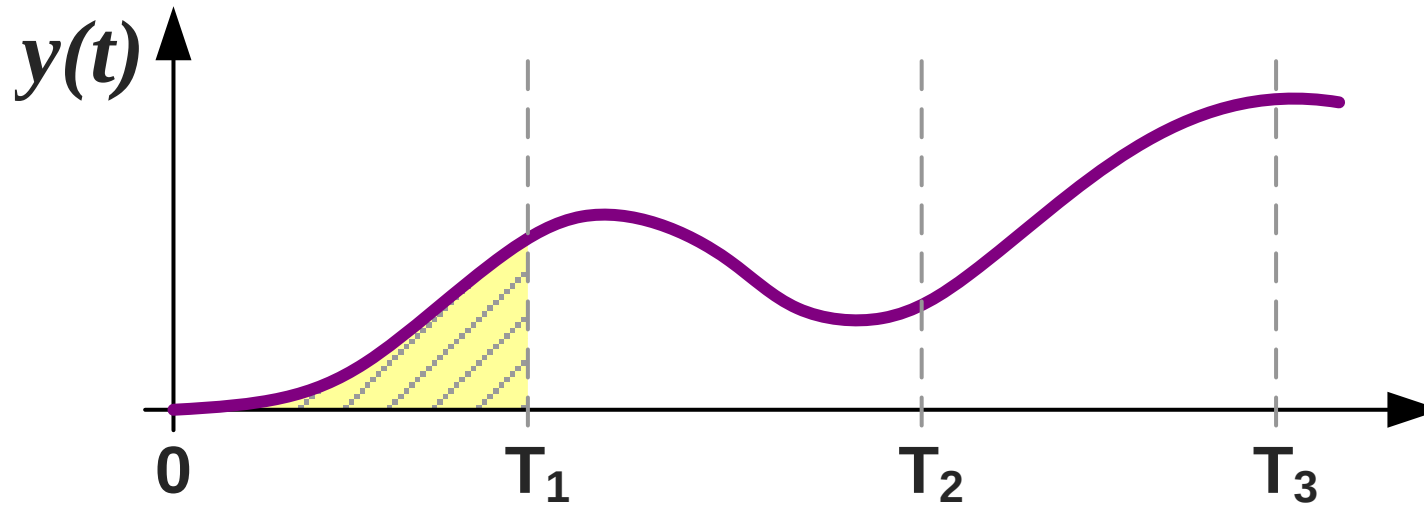
$$Y = \int_a^b y(t) dt = \text{surface sous la courbe } y(t) \text{ entre } t=a \text{ et } t=b$$



Régime périodique

Intégral d'une courbe

$$Y = \int_a^b y(t) dt = \text{surface sous la courbe } y(t) \text{ entre } t=a \text{ et } t=b$$

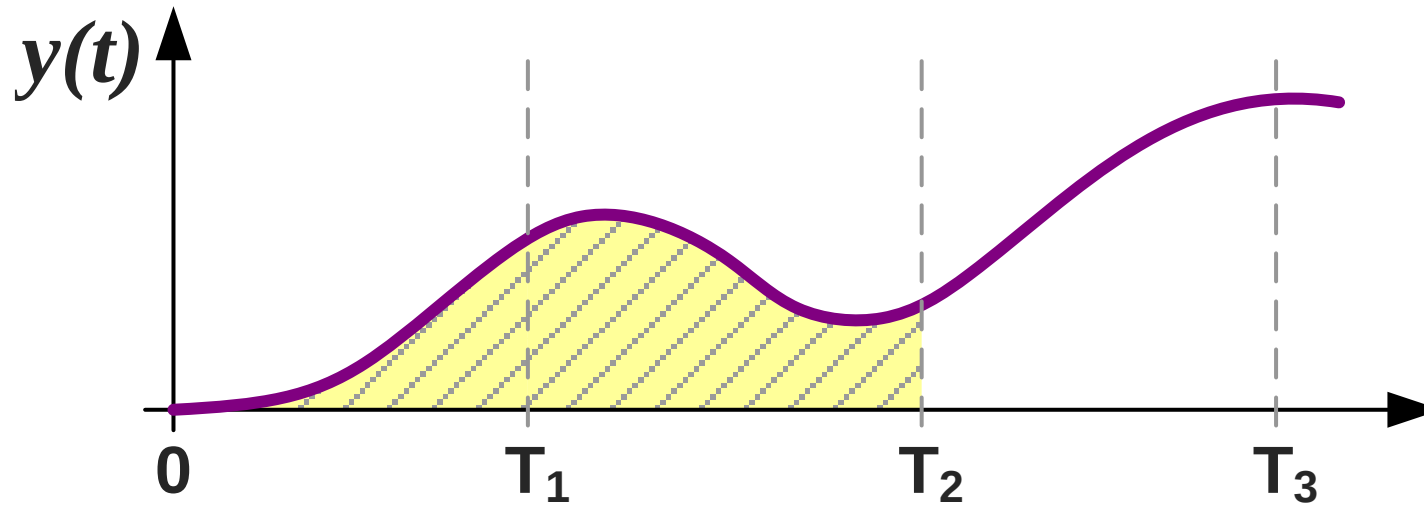


$$Y = \int_0^{T_1} y(t) dt$$

Régime périodique

Intégral d'une courbe

$$Y = \int_a^b y(t) dt = \text{surface sous la courbe } y(t) \text{ entre } t=a \text{ et } t=b$$

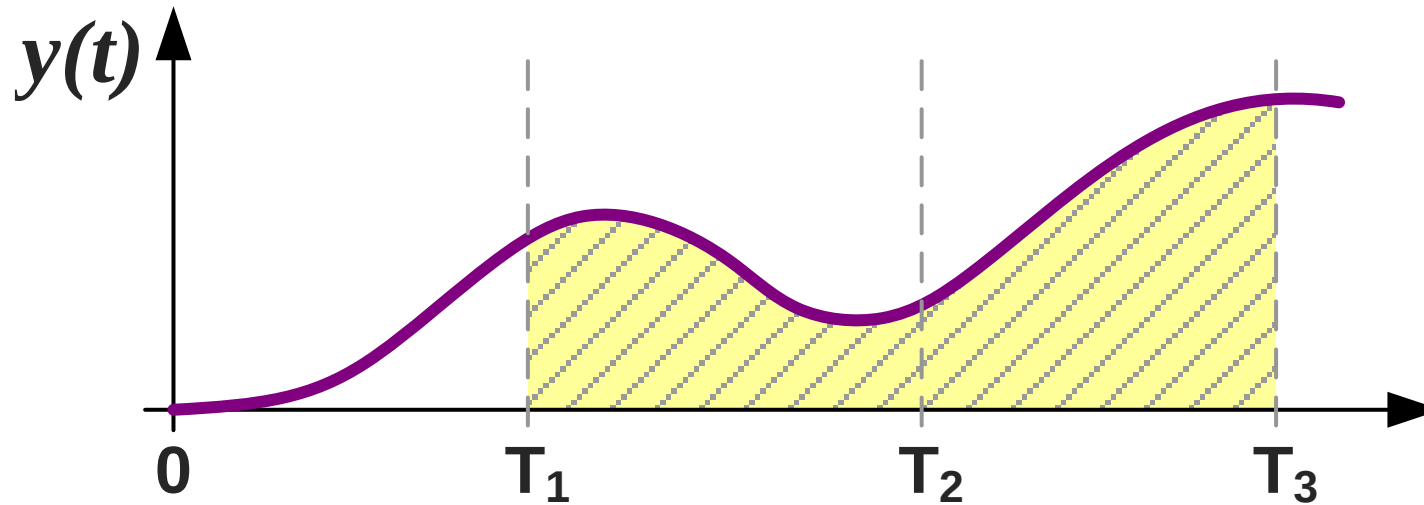


$$Y = \int_0^{T_2} y(t) dt$$

Régime périodique

Intégral d'une courbe

$$Y = \int_a^b y(t) dt = \text{surface sous la courbe } y(t) \text{ entre } t=a \text{ et } t=b$$

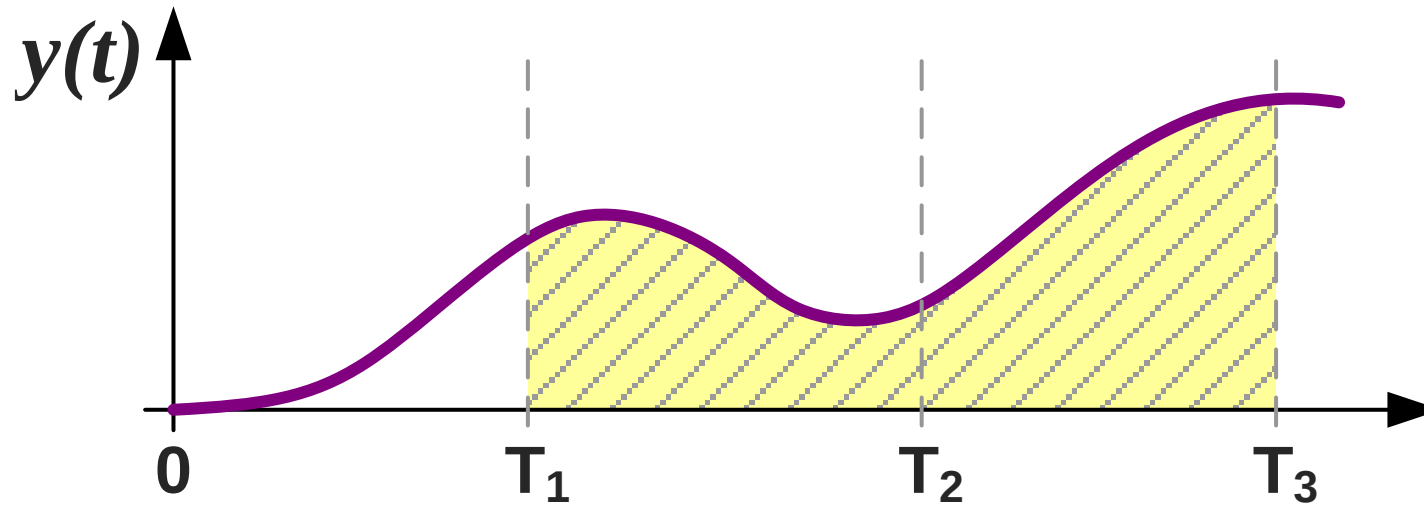


$$Y = \int_{T_1}^{T_3} y(t) dt$$

Régime périodique

Intégral d'une courbe

$$Y = \int_a^b y(t) dt = \text{surface sous la courbe } y(t) \text{ entre } t=a \text{ et } t=b$$



$$Y = \int_{T_1}^{T_3} y(t) dt$$

Quels sont les unités de Y ?

Régime sinusoïdal

Régime sinusoïdal

Signal sinusoïdal

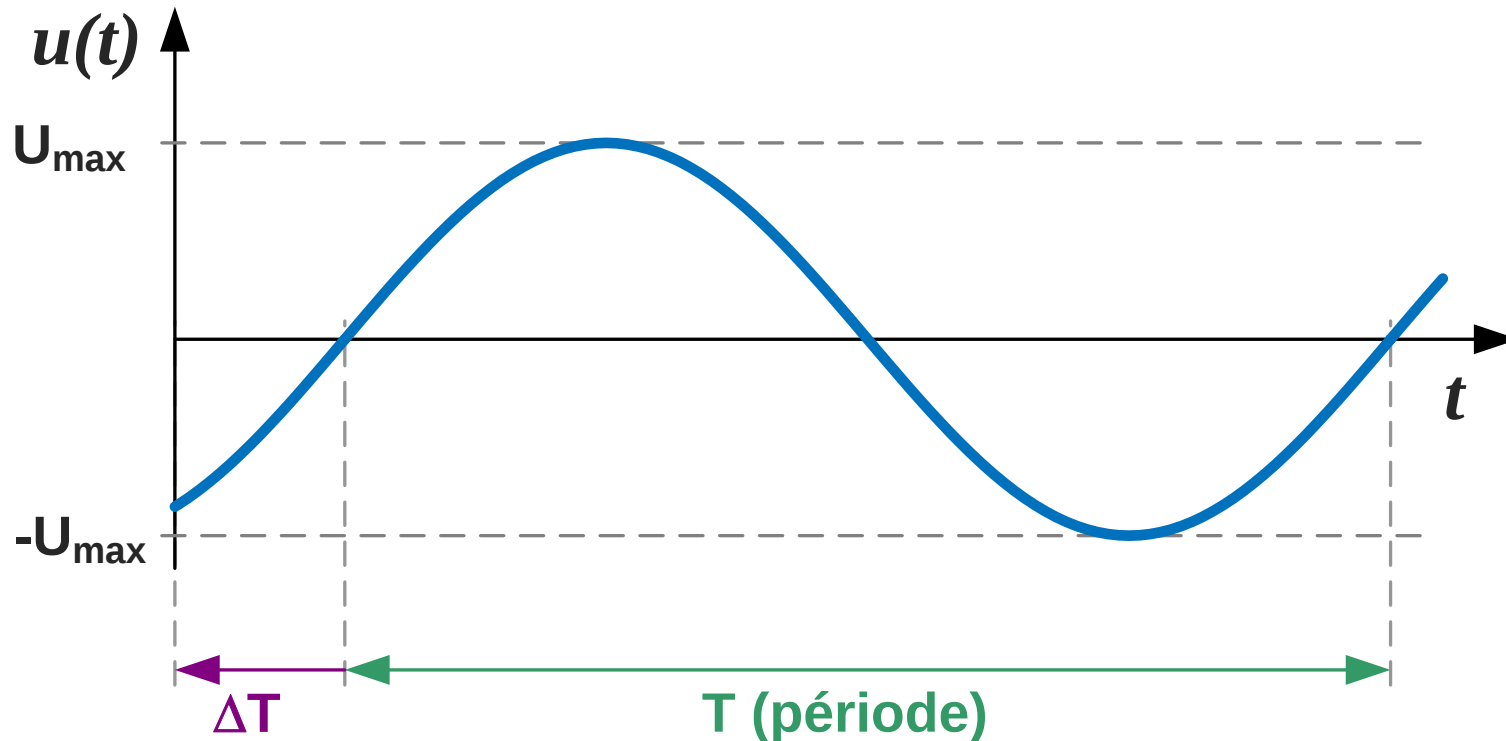
$$u(t) = U_{\max} \sin(\omega t + \varphi)$$

t : temps (sec)

$U_{\max}$: valeur maximale (V, A, ...)

ω : fréquence angulaire (rad/sec)

φ : phase à l'origine (rad, deg)



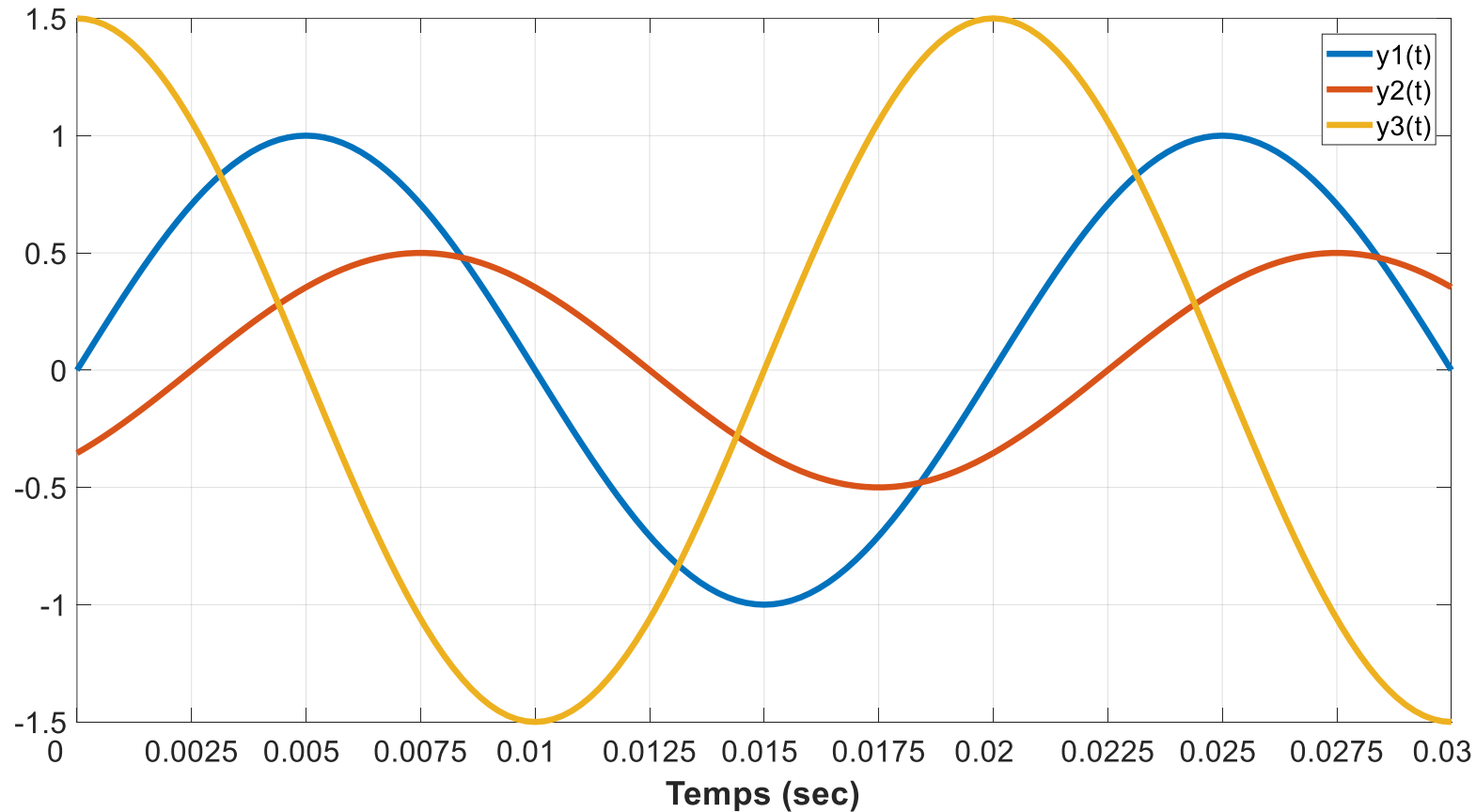
$$\varphi[\text{deg}] = \frac{\Delta T \times 360}{T}$$

$$\varphi[\text{rad}] = \frac{\Delta T \times 2\pi}{T}$$

Dans la figure, $\Delta T < 0$ car il faut aller vers la gauche pour retrouver l'origine $\Rightarrow \varphi < 0$

Régime sinusoïdal

Signal sinusoïdal. Exemples



$$y_1(t) = Y_{1,m} \sin(\omega t + \phi_1) =$$

$$y_2(t) = Y_{2,m} \sin(\omega t + \phi_2) =$$

$$y_3(t) = Y_{3,m} \sin(\omega t + \phi_3) =$$

Régime sinusoïdal

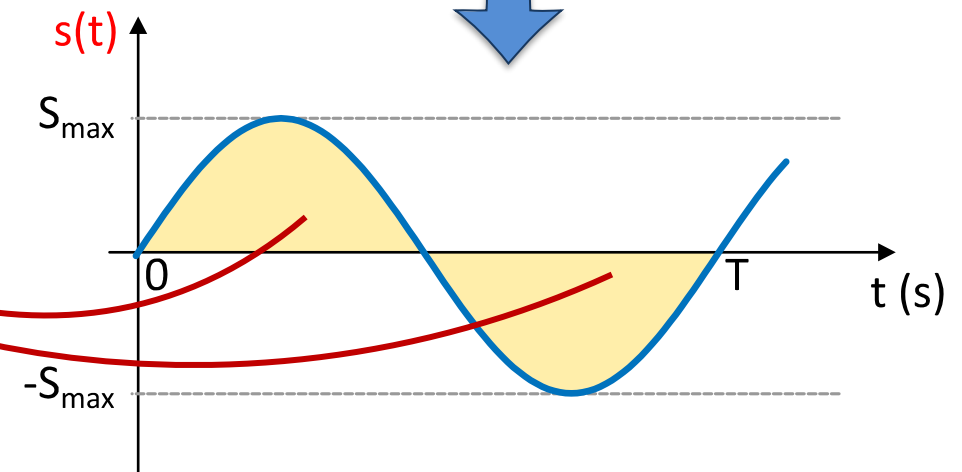
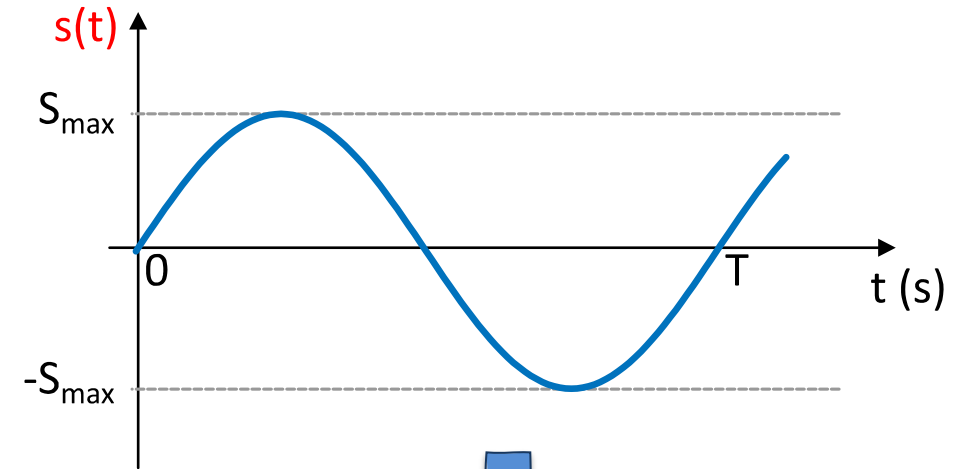
Valeur moyenne pour un signal sinusoïdal

Définition :

$$U_{\text{moy}} = \langle u \rangle = \frac{1}{T} \int_T u(t) dt$$

$$U_{\text{moy}} = \frac{1}{T} \underbrace{(\text{RÉGION})}_{=0} = 0$$

La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal $A \times \sin(\omega t)$ est toujours zéro



L'aire positive
est égale à
l'aire négative

Régime sinusoïdal

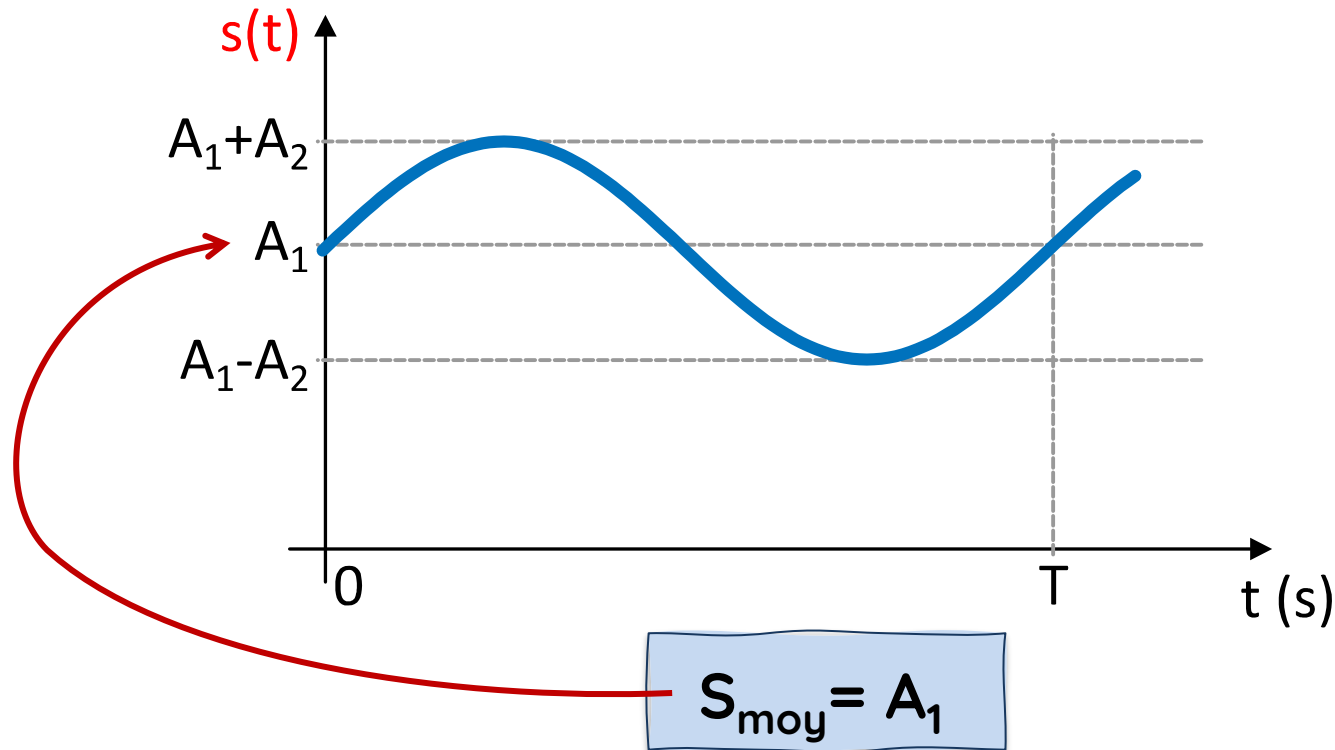
Valeur m

Attention ! Ce signal à une valeur moyenne non nulle

Définition

$$U_{moy} =$$

$$s(t) = A_1 + A_2 \times \sin(\omega t)$$



La valeur
signal sinu

est toujours zero

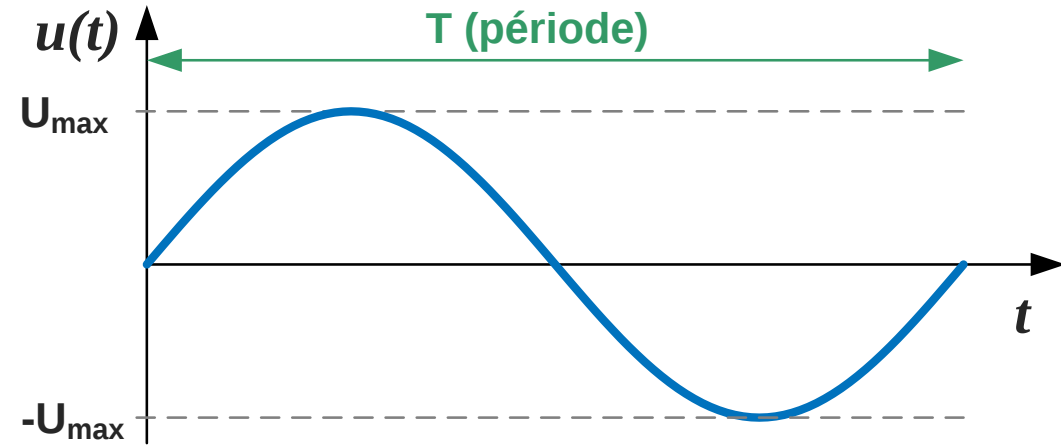
l'aire négative

Régime sinusoïdal

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal

Définition :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2(t) dt}$$

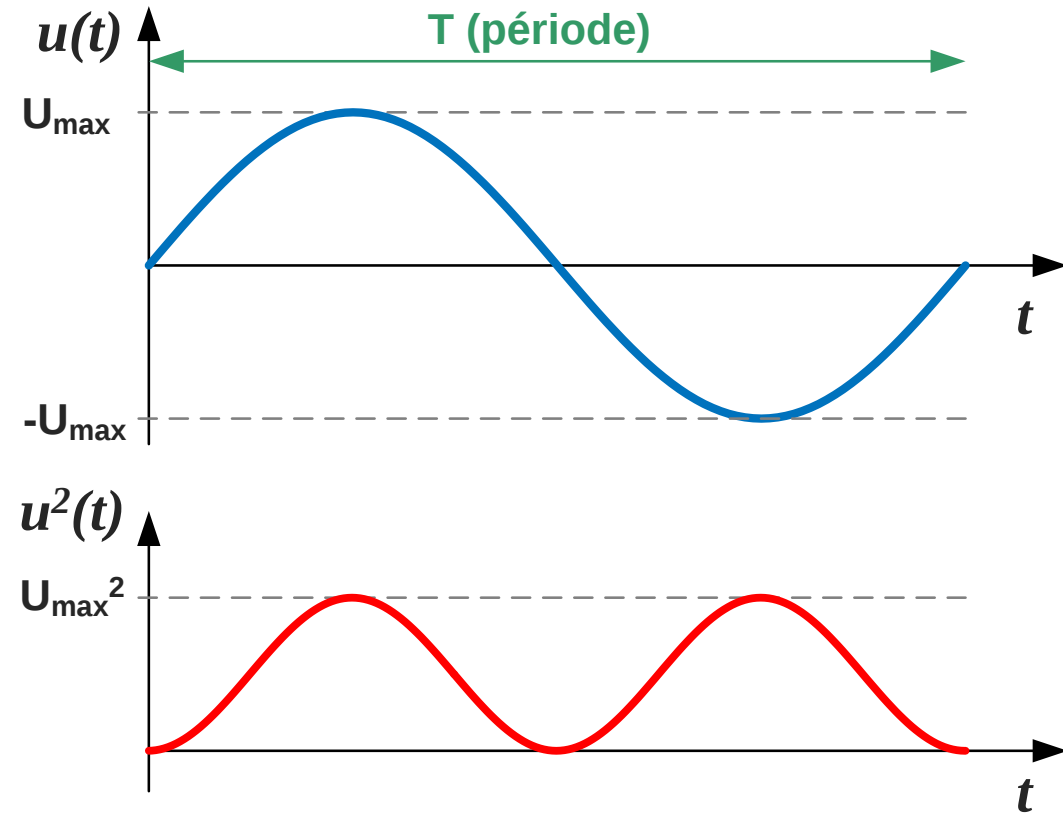


Régime sinusoïdal

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal

Définition :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2(t) dt}$$



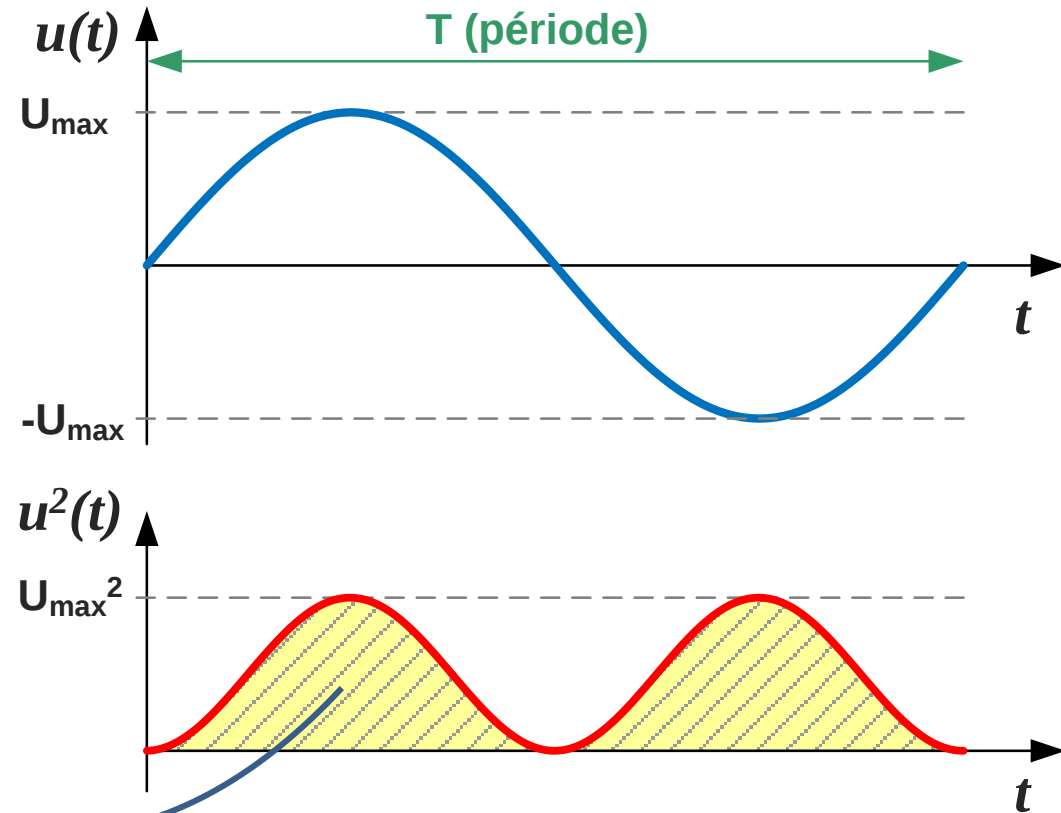
Régime sinusoïdal

Valeur efficace pour un signal sinusoïdal

Définition :

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_T u^2(t) dt}$$

$$U_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \underbrace{\text{RÉGION}}}$$



La valeur efficace d'un signal sinusoïdal est toujours $\frac{U_{max}}{\sqrt{2}}$



Sinusoïdes et phasors (représentation de Fresnel)



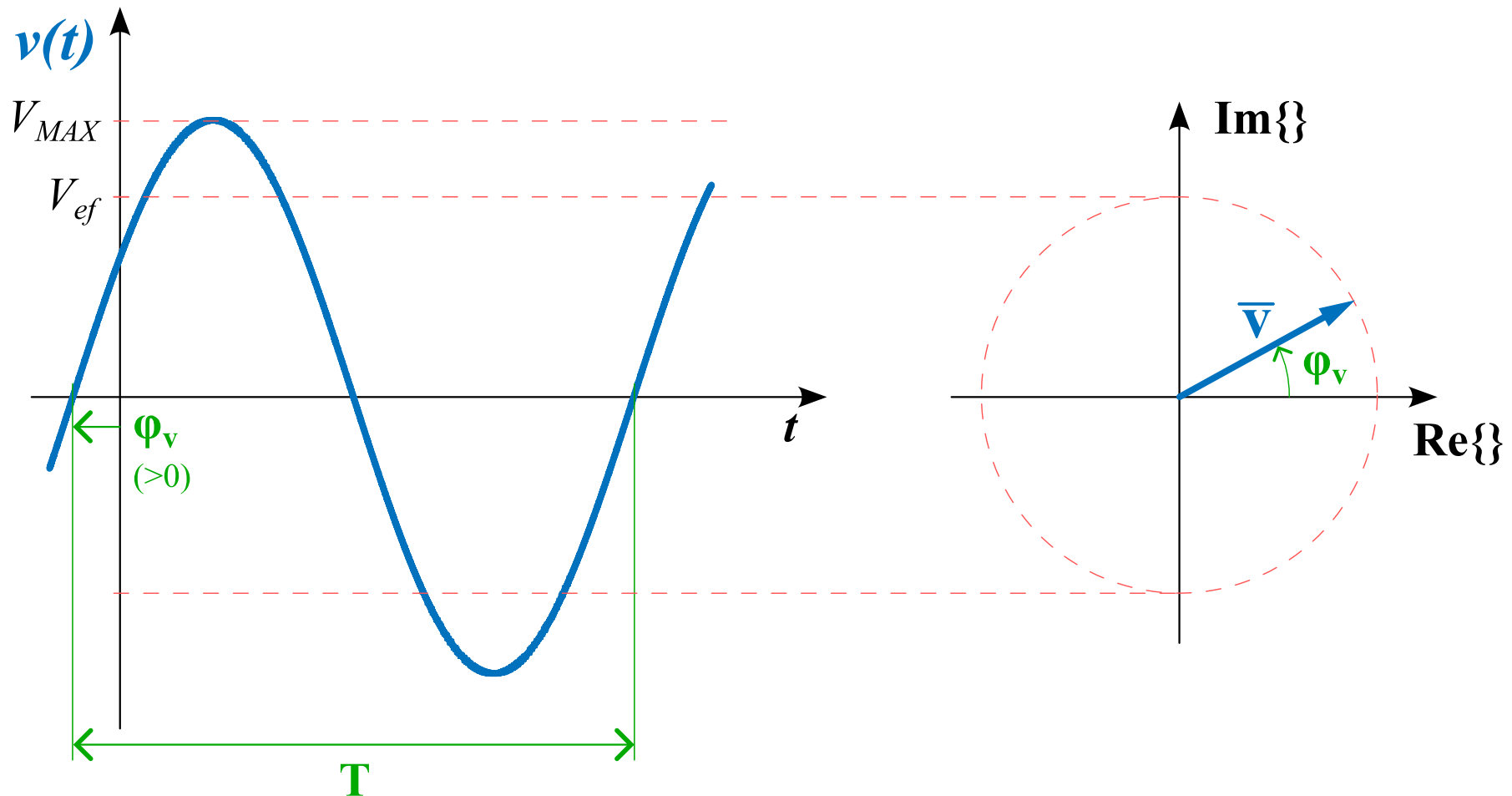
Phasors

Définition

- Un **phasor** est un nombre complexe qui représente **l'amplitude** et la **phase** d'un signal **sinusoïdal**
- Elle simplifie l'analyse des circuits électriques alternatifs.
- **Phasor** : vecteur orienté dans un **plan complexe**
 - **Longueur du vecteur (module)** :
⇒ **valeur efficace** de la grandeur sinusoïdale.
 - **Angle** entre le vecteur et l'axe de référence :
⇒ **phase à l'origine** de la grandeur sinusoïdale.
- Elle s'appelle aussi **représentation de Fresnel**

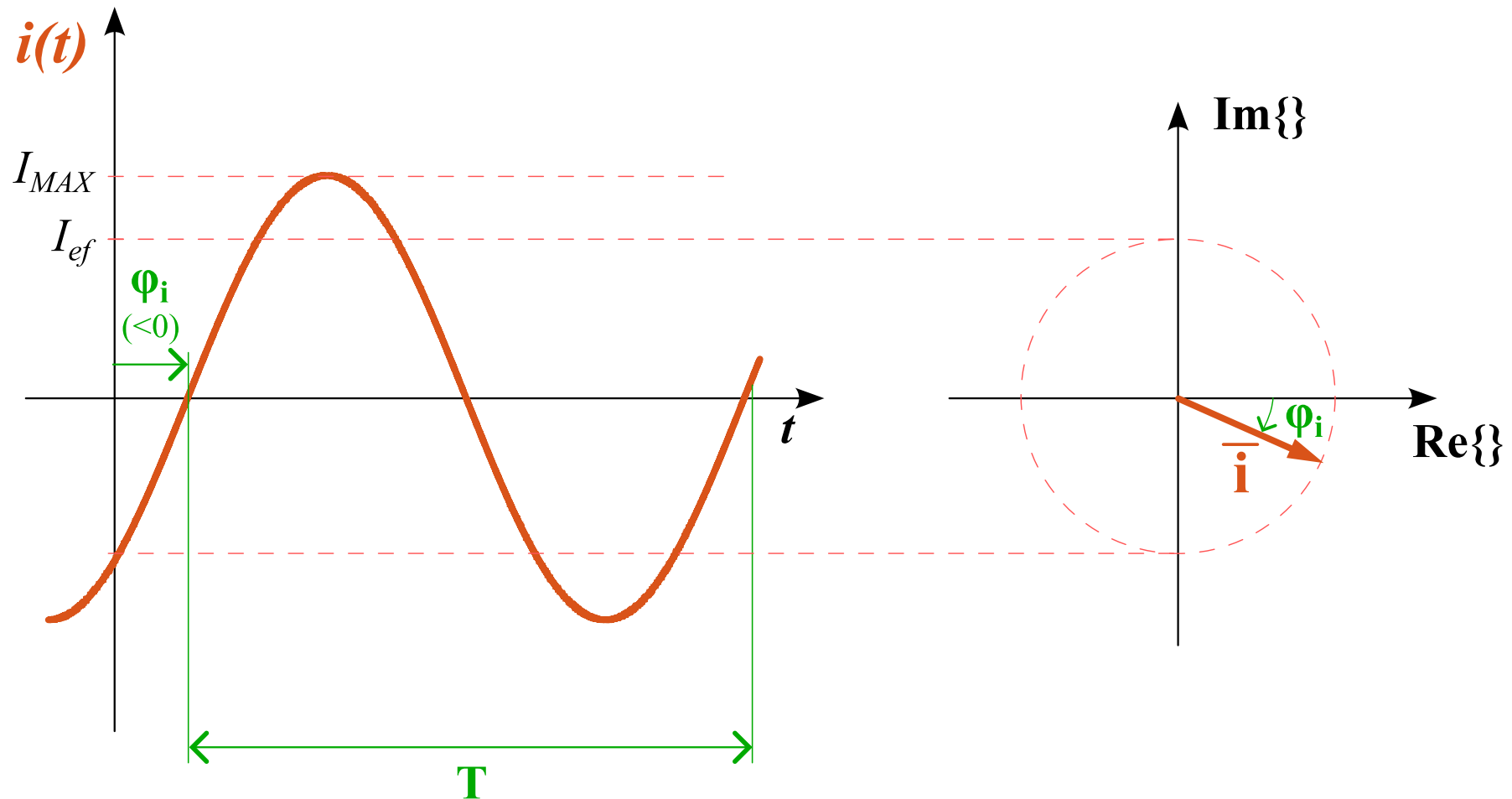
Phasors

Exemple 1



Phasors

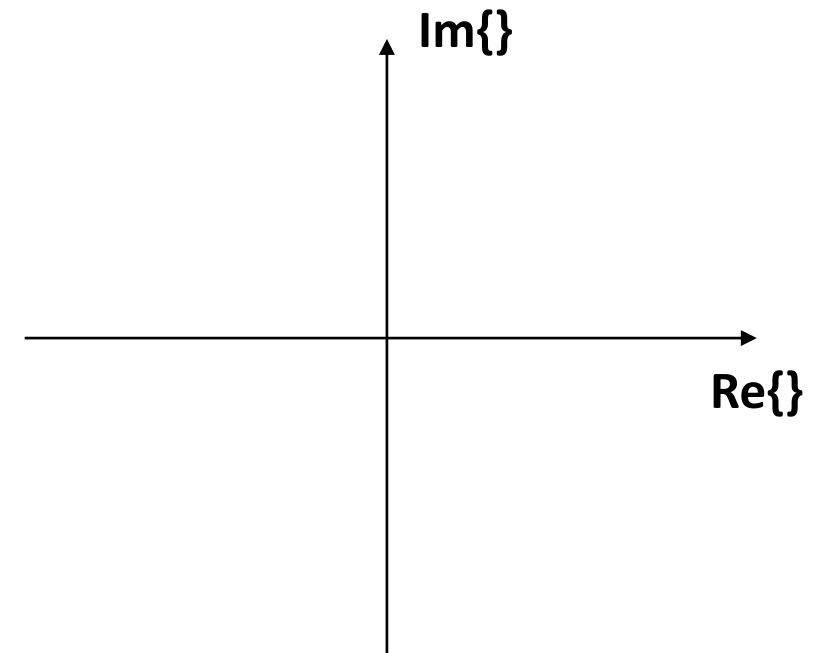
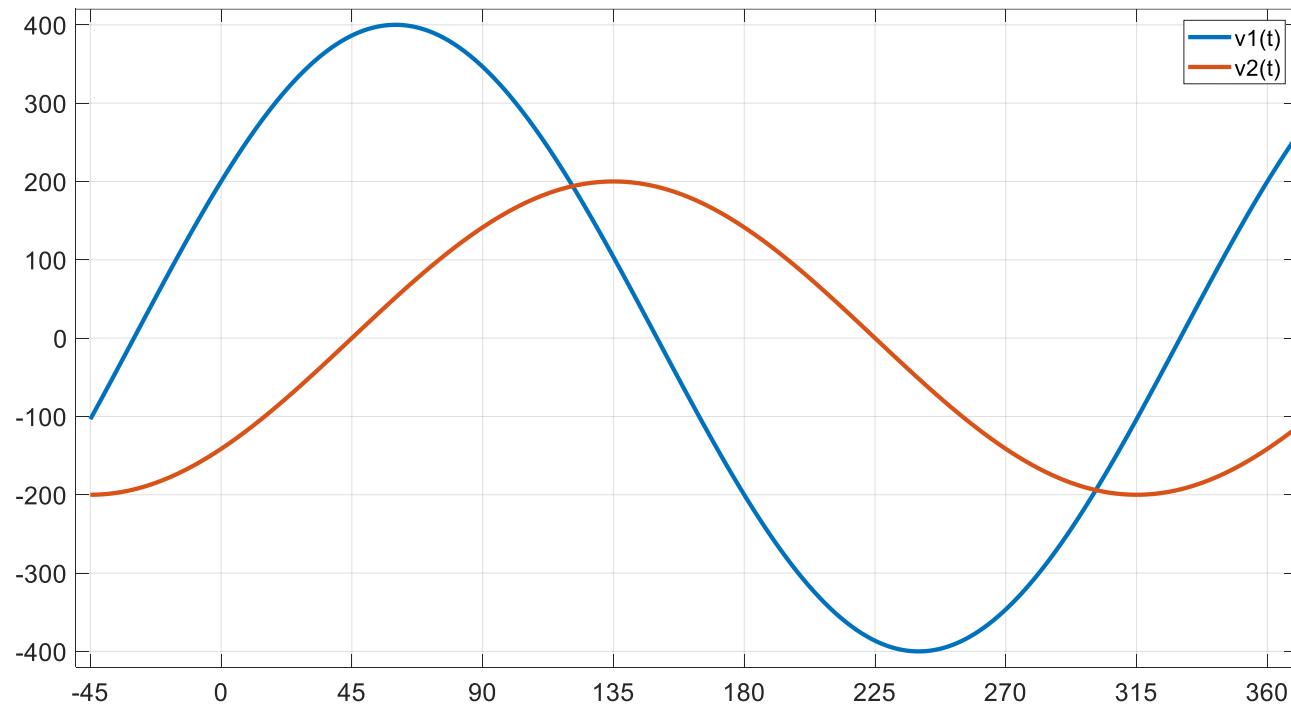
Exemple 2



Phasors

Exemple 3

Compléter l'exemple :



$$V_{\max 1} = \dots\dots\dots V_{ef1} = \dots\dots\dots \varphi_{v1} = \dots\dots\dots \bar{\mathbf{v}}_1 = \dots\dots\dots$$

$$V_{\max 2} = \dots\dots\dots V_{ef2} = \dots\dots\dots \varphi_{v2} = \dots\dots\dots \bar{\mathbf{v}}_2 = \dots\dots\dots$$