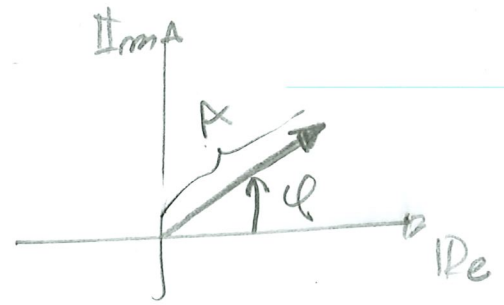


Phasors (Représentation de Fresnel) ①

$$v(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

Phasor



N.B.: on pourrait aussi faire $v(t) = A \cdot \cos(\omega t + \varphi)$
(il faut juste se mettre d'accord).

Pourquoi? → Réponse: Formule d'Euler

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \sin(\theta)$$

⇓

$$A \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = A \cdot \cos(\omega t + \varphi) + j A \cdot \sin(\omega t + \varphi)$$

$$v(t) = \text{Re} \{ A \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \} \quad v(t) = \text{Im} \{ A \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} \}$$

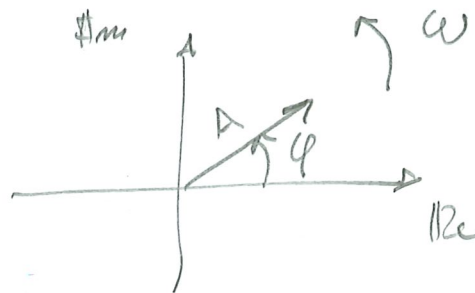
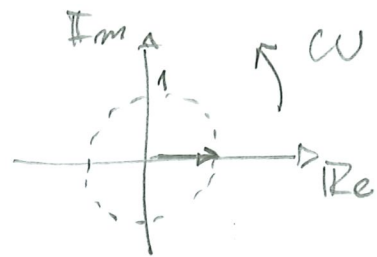
ou

Maintenant :

$$a^{u+v} = a^u \cdot a^v$$

(2)

$$A \cdot e^{j(\omega t + \varphi)} = e^{j\omega t + j\varphi} = \underbrace{A \cdot e^{j\varphi}}_{\text{Phasor}} \cdot \underbrace{e^{j\omega t}}_{\text{vecteur tournant à vitesse "}\omega\text{"}}$$



⇒ Au lieu de travailler avec des sinusoïdaux, on travaille avec des nombres complexes (plus simple et plus "graphique")

⇒ On oublie (pour le moment), du temps

(3)

Donc:Domaine des temps:Phasor:

$$v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow \bar{V} = V_m \angle \varphi$$

$$i(t) = I_m \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow \bar{I} = I_m \angle \varphi$$

Maintenant on va voir la vraie utilité
des phasors:

$$v(t) \longrightarrow \left[\frac{d}{dt} \right] \longrightarrow \dot{v}$$

$$\begin{cases} \cos \varphi = \sin(\varphi + 90^\circ) \\ \sin \varphi = \cos(\varphi - 90^\circ) \end{cases}$$

$$\text{Si } v(t) = V_m \sin(\omega t + \varphi) \longrightarrow \dot{v}(t) = V_m \cdot \omega \underbrace{\cos(\omega t + \varphi)}_{\sin(\omega t + \varphi + 90^\circ)}$$

L'exponentielle complexe associée à $\dot{v}(t)$ est:

$$\dot{v}(t) = \text{Im} \left\{ V_m \cdot \omega e^{j\omega t} e^{j\varphi} \underbrace{e^{j90^\circ}}_{0+j1=j} \right\}$$

$$= \text{Im} \left\{ \underbrace{(j\omega)}_{\omega \angle 90^\circ} \cdot \underbrace{V_m e^{j\varphi}}_{\bar{V} = V_m \angle \varphi} \cdot e^{j\omega t} \right\}$$

(1)

$\Rightarrow$ La dérivée ^{de $v(t)$} dans le domaine du temps est équivalente à la multiplication de son phasor $\bar{V}$ par $\omega \angle 90^\circ$

On peut montrer que, l'intégral de $v(t)$ est equiv. à la division de $\bar{V}$ par $\omega \angle 90^\circ$

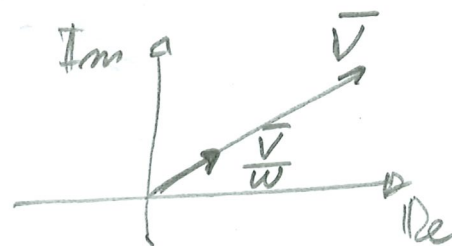
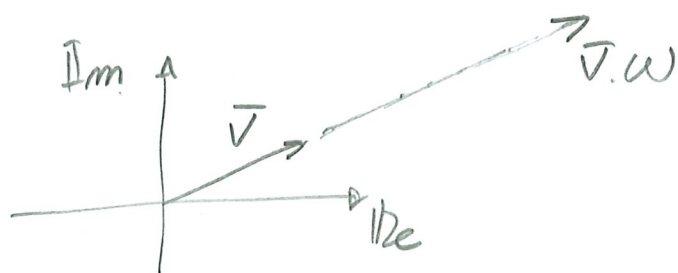
Résumé

$\frac{dv}{dt}$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\omega \angle 90^\circ \times \bar{V}}{j\omega}$
$\int v dt$	$\longleftrightarrow$	$\frac{\bar{V}}{\omega \angle 90^\circ} = \frac{\bar{V}}{j\omega}$

Mais... quel est l'effet de mult/diviser par $j\omega$?



a) Multiplier/diviser par w :

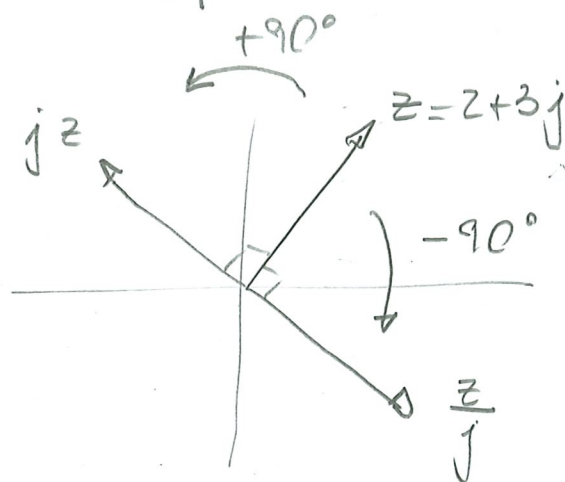


b) Mult./diviser par j :

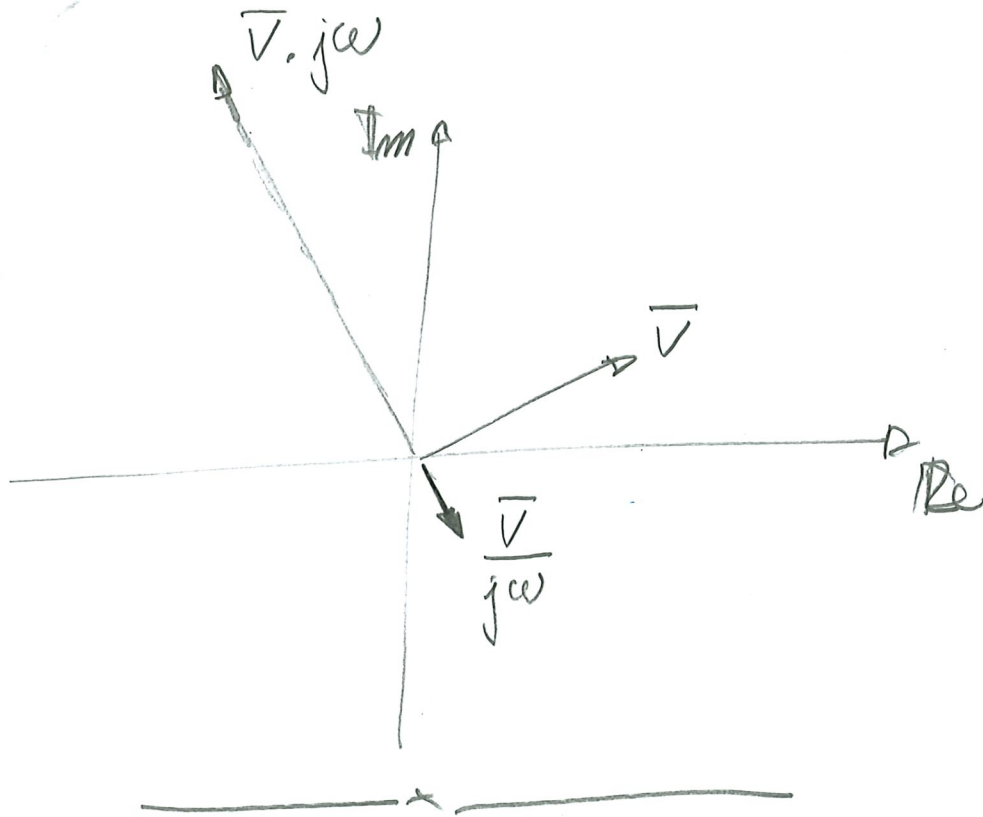
Exemple

$$\underbrace{(2 + j3)}_z \times j = 2j + \underbrace{j^2}_{-1} 3 = 2j - 3 = \underline{-3 + 2j}$$

$$\frac{(2 + j3)}{j} = \frac{2 + j3 \cdot j}{\underbrace{j \cdot j}_{-1}} = -j(2 + j3) = -2j - j^2 3 = \underline{3 - 2j}$$



⇒



Example

$$4i + 8 \int i dt - 3 \frac{di}{dt} = \underbrace{50 \cos(2t + 75^\circ)}_{50 \sin(2t + 165^\circ)}$$

Phasor

$$i(t) = \underbrace{I_m}_{?} \sin(2t + \underbrace{\phi}_{?})$$

$$4 \cdot \bar{I} + 8 \frac{\bar{I}}{j\omega} - 3 \bar{I} (j\omega) = 50 \angle 165^\circ$$

$$\bar{I} \left(4 + \frac{8}{j2} - j3.2 \right) = 50 \angle 165^\circ$$

$$\underline{(4 - j10)}$$

(6)

$$\Rightarrow \underline{\underline{I}} = \frac{50 \angle 165^\circ}{4 - j10} =$$

$$= \frac{14^2 + 10^2}{\sqrt{4^2 + 10^2}} \angle \arctan\left(\frac{-10}{4}\right) = 10,77 \angle -68,2^\circ$$

$$\underline{\underline{I}} = \frac{50 \angle 165^\circ}{10,77 \angle -68,2^\circ} = \left(\frac{50}{10,77} \right) \angle 165 - (-68,2^\circ)$$

$$= \underline{\underline{4,64 \angle 233,2^\circ}} \Rightarrow \underline{\underline{i(t) = 4,64 \cdot \sin(2t + 233,2^\circ)}}$$

_____ x _____