PUISSANCE EN REGIME A.C.

On suppose que la tension $v(t)$ et le courant $i(t)$ ont la forme :

$$v(t) = V_m \cos(\omega t) = \overbrace{\sqrt{2}\,V_{ef}}^{V_m} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i(t) = I_m \cdot \cos(\omega t + \varphi_i) = \underbrace{\sqrt{2}\,I_{ef}}_{I_m} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$$

La puissance instantanée est :

$$p(t) = v(t) \cdot i(t) = \sqrt{2}V_{ef} \cos(\omega t) \times \sqrt{2}\, I_{ef} \cdot \cos(\omega t + \varphi_i)$$

Si on utilise l'identité trigonométrique :

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}\left[\cos(A-B) + \cos(A+B)\right]$$

Donc:

$$p(t) = \frac{1}{\cancel{2}} \cdot \cancel{\sqrt{2}}V_{ef} \cdot \cancel{\sqrt{2}}I_{ef} \cdot \left[\cos(\cancel{\omega t} - \cancel{\omega t} - \varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$

$$p(t) = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \left[\cos(\varphi) + \cos(2\omega t + \varphi)\right]$$

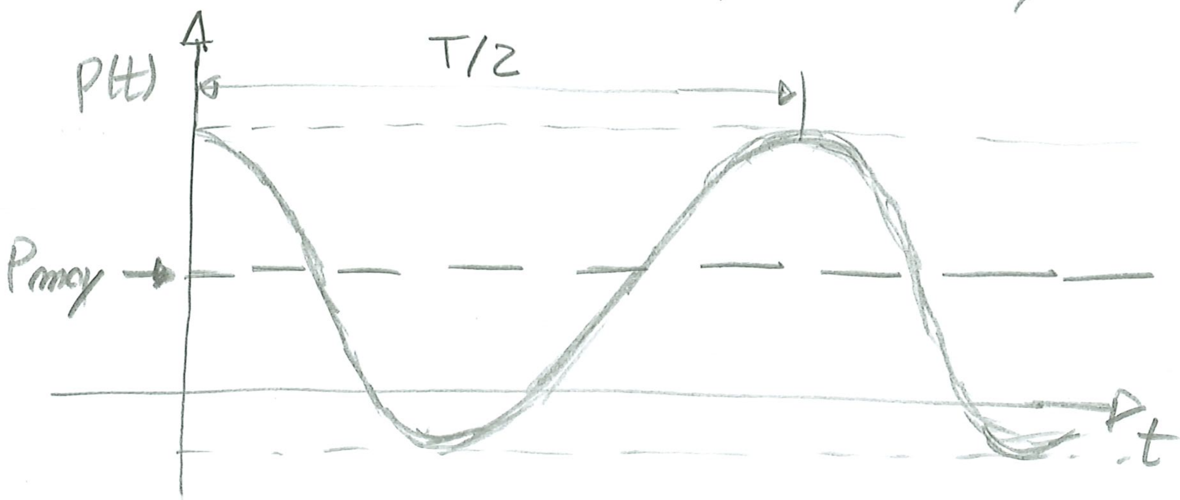
$$p(t) = \underbrace{V_{ef}.I_{ef}.\cos\varphi}_{} + \underbrace{V_{ef}.I_{ef}.\cos(2\omega t+\varphi)}_{}$$

* Terme constant

* Terme variable avec "t"

* Forme cosinusoidelle, avec fréq. angulaire DOUBLE de celle de la tension et courant.

* Valeur moyenne nulle.



$v(t), i(t) \longrightarrow T = \frac{2.\pi}{\omega}$

$p(t) \longrightarrow$ Période $= T/2$

On calcule la valeur moyenne de p(t) :

$$P_{moy} = \langle p(t)\rangle = \underbrace{\langle V_{ef}.I_{ef}.\cos\varphi\rangle}_{V_{ef}.I_{ef}.\cos\varphi} + \underbrace{\langle V_{ef}I_{ef}\cos(2\omega t+\varphi)\rangle}_{\emptyset}$$

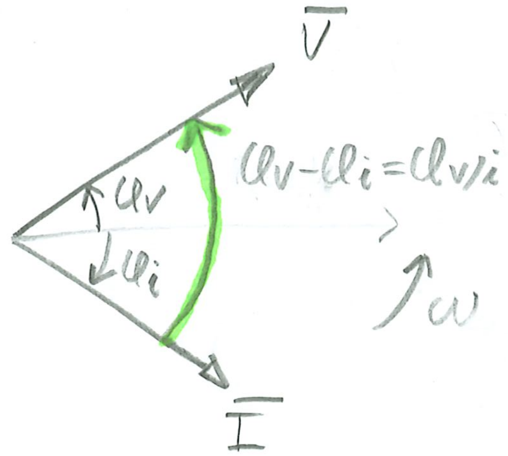
$$\langle x(t)+y(t)\rangle = \langle x(t)\rangle + \langle y(t)\rangle$$

Donc :

$$\boxed{P_{moy} = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi)}$$

* P_{moy} est appelée PUISSANCE ACTIVE "P"

* φ : angle de déphasage entre la tension et le courant $= \varphi_v - \varphi_i = \varphi_{v/i}$



Signe de $\varphi_{v/i}$:

· On se positionne sur $\bar{I}$ et on va chercher $\bar{V}$.

* S'il faut aller en sens anti-horaire $\Rightarrow \varphi_{v/i} > 0$

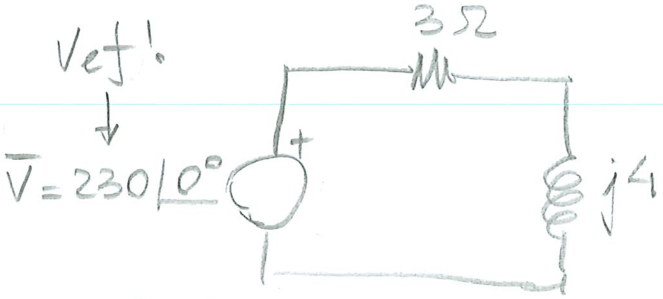
* Sinon, $\varphi_{v/i} < 0$

Nota bene : $\varphi_{i/v} = -\varphi_{v/i}$ mais $\cos(\varphi_{i/v}) = \cos(\varphi_{v/i})$

Cependant, par convention, on utilise toujour $\varphi_{v/i}$

$$\Longrightarrow \boxed{P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos \varphi_{v/i}}$$

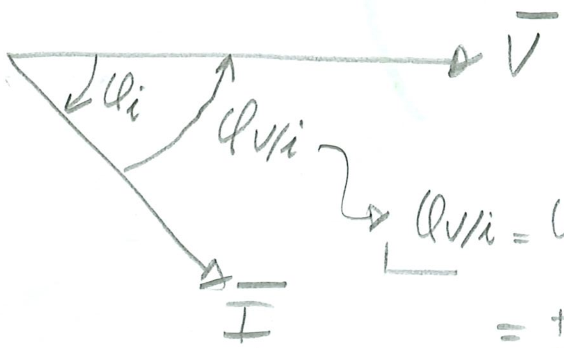
Exemple : calculer la puissance active consommée par le RL :



Attention : 230V est la tension efficace et non la tension max.

$$Z = 3 + j4 = 5\angle 53{,}13° \ \Omega$$

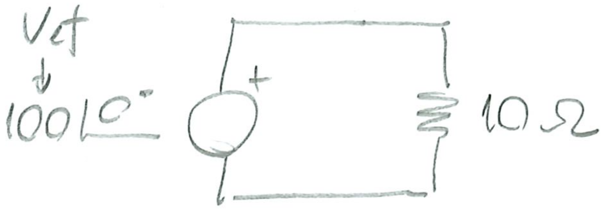
$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z} = \frac{230\angle 0°}{5\angle 53{,}13} = \underbrace{46}_{I_{ef}}\angle -53{,}13$$



$$\varphi_{v/i} = \varphi_v - \varphi_i = 0° - 53{,}13$$
$$= +53{,}13°$$

$$\Rightarrow P = 230 \cdot 46 \cdot \cos(53{,}13°) = 6{,}348 \text{ kW}$$

Exemple 2



$$\bar{I} = \frac{\bar{V}}{Z} = \frac{\bar{V}}{R+j0} = \frac{V_{ef}\angle\varphi}{R\angle 0°} = \underbrace{\left(\frac{V_{ef}}{R}\right)}_{I_{ef}}\angle\varphi$$

Sur une résistance, $I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R}$. De plus, la tension et le courant sont en phase $\Rightarrow \varphi_{v/i} = 0$

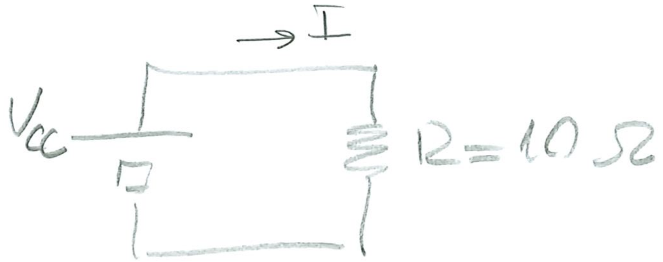
$$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \underbrace{\cos(\underbrace{\varphi_{v/i}}_{0})}_{1}$$

$$I_{ef} = \frac{V_{ef}}{R}.$$

$$\boxed{P = \frac{V_{ef}^2}{R} = I_{ef}^2 \times R}$$ (Pour une résistance)

Alors : $P = \frac{100^2}{10} = 1000\ W$

Si maintenant on a un circuit CC

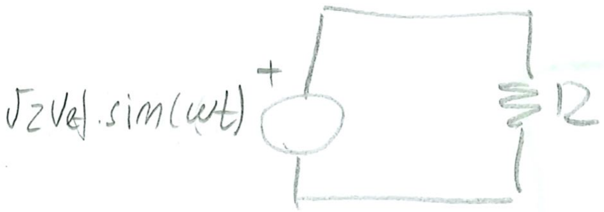


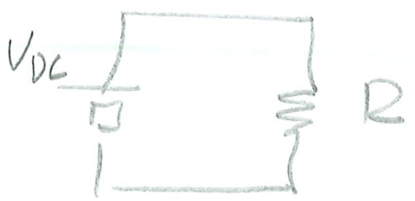
Quel doit être la tension de la batterie pour que les deux circuit dissipent la même puissance dans la résistence ?

$$\begin{cases} P = V \cdot I & \text{(valable en regime CC)} \\ I = \dfrac{V_{CC}}{R} & \text{(loi d'}\Omega\text{)} \end{cases}$$

$$\Rightarrow P = V_{CC} I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V_{CC}^2}{R}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_{CC}} = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{1000 \cdot 10} = \underline{100V}$$

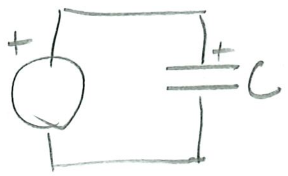


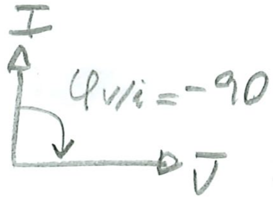


Si $V_{ef} = V_{DC}$ $\Rightarrow$ le circuit AC consomme <u>la même puissance</u> moyenne que celle du circuit DC

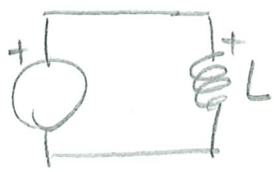
Conclusion: on dit que la tension sinusoïdale a un valeur efficace de 100V parce qu'elle produit la même puissance moyenne dans une résistance que une tension continue de 100V.

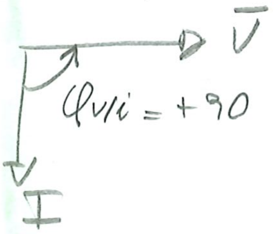
Cas particulliers:





$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \underbrace{\cos(-90)}_{0} = 0$





$P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cos(90^\circ) = 0$

Puissance apparente "S"

$$S \overset{\text{définition}}{\triangleq} V_{ef} \cdot I_{ef}$$

$$[S] = \text{Volt-Ampère (VA)}$$

$$\Rightarrow \underline{P = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos\varphi = S \cdot \cos\varphi}$$

$$\Rightarrow \cos\varphi = \frac{P}{S} \overset{\text{définition}}{\triangleq} \text{Facteur de puissance "FP"}$$

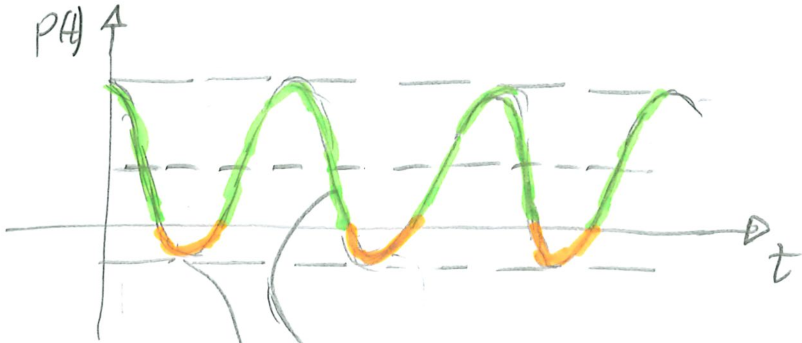
Résumé :

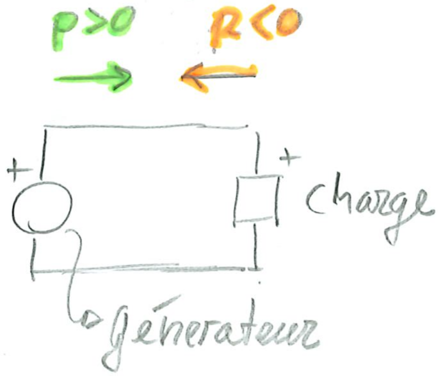
$$\boxed{\begin{array}{l} S = V_{ef}\, I_{ef} \\ [S] = VA \\ FP = \dfrac{P}{S} \text{ (sans unité)} \end{array}}$$

La puissance apparente est ainsi appelée car il paraît naturel de considérer que la puissance est simplement le produit de la tension par le courant, par analogie avec les circuits en courant continu (cc). Elle est mesurée en VA, afin de la distinguer de P (Watt).

Puissance complexe "$\underline{S}$"

Contexte

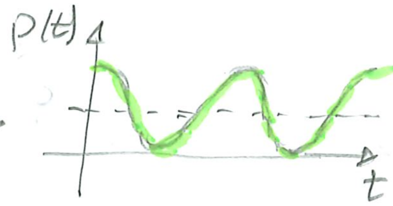




$p(t)>0$: le générateur alimente la charge

$p(t)<0$: la charge alimente le générateur !

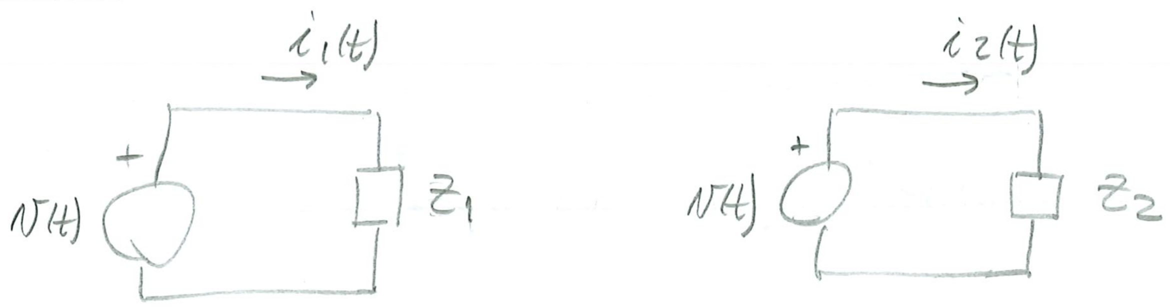
- Si on passe plus du temps avec $p(t)>0$
  $\Rightarrow$ en moyenne, le générateur alimente la charge.
- Cependant, il existe une oscillation de puissance entre le générateur et la charge (sauf dans le cas d'une charge <u>résistive pure</u>



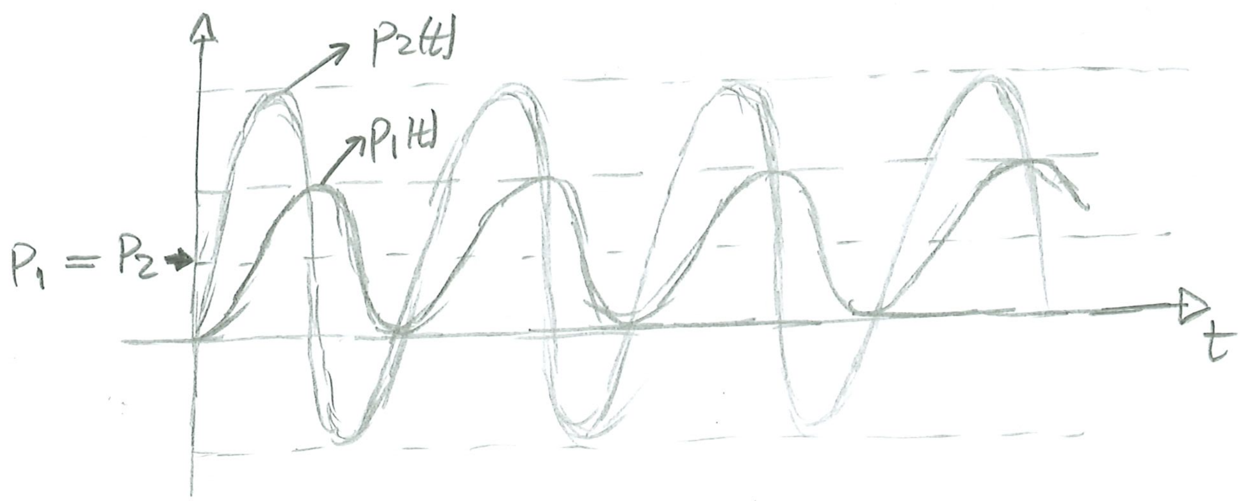
- Donc, le flux de puissance est plus compliqué que dans le cas du régime C.C

↳ Il ne suffit pas de caractériser le flux de puissance seulement avec la puissance active (puissance moyenne). →

<u>Exemple :</u>



On imagine la situation où 2 charges Z_1 et Z_2 consomment <u>la même</u> P active, mais avec des évolutions temporelles différentes :



$$v(t) = \sqrt{2}\, V_{ef} \cdot \cos(\omega t)$$

$$i_1(t) = \sqrt{2}\, I_{1ef} \cdot \cos(\omega t + 0°) \leftarrow Z_1 = R + j\emptyset$$

$$i_2(t) = \sqrt{2}\, I_{2ef} \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \underbrace{\cancel{V_{ef}} \cdot I_{1ef} \cdot \underbrace{\cos 0°}_{1} = \cancel{V_{ef}} \cdot I_{2ef} \cdot \cos\varphi}$$

$$I_{2ef} = \frac{I_{1ef}}{\cos\varphi_{\to <1}} > 1$$

On observe que :

puissance active

* Z_2 consomme la même P que celle de Z_1, mais avec un courant I_{2ef} plus elevé que I_{1ef}.

* $p_2(t)$: plus d'oscillation de puissance entre la charge et le générateur. (et on n'aime pas ça !)

Donc, il faut trouver une autre variable que caractérise tout cela → Puissance RÉACTIVE et puissance COMPLEXE.

Définition : $\overline{S} = \overline{V} \cdot \overline{I}^*$

$\overline{I}^*$ → conjugué

$\overline{I}$ → phasor courant

$\overline{V}$ → phasor tension

$\overline{S}$ → puissance COMPLEXE.

Si $\overline{V} = V_{ef} \cdot \underline{/\varphi_v}$

$\overline{I} = I_{ef} \underline{/\varphi_i} \Rightarrow \overline{I}^* = I_{ef} \underline{/-\varphi_i}$

Soi $z = a + jb$
$= |z| \underline{/\varphi}$

Donc :
$z^* = a - jb$
$= |z| \underline{/-\varphi}$

Donc :

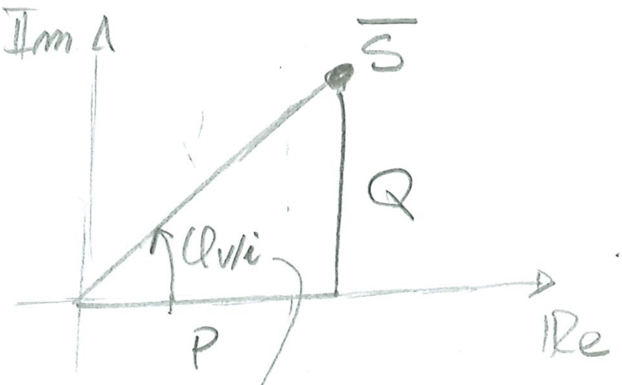
$\overline{S} = V_{ef} \underline{/\varphi_v} \cdot I_{ef} \underline{/-\varphi_i} = V_{ef} \cdot I_{ef} \underline{/\varphi_v - \varphi_i}$

$$\overline{S} = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \underline{\left| \underbrace{\varphi_v - \varphi_i}_{\varphi_{v/i}} \right.} = V_{ef} \cdot I_{ef} \, \underline{\left| \varphi_{v/i} \right.}$$

$$= V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \left(\cos \varphi_{v/i} + j \sin \varphi_{v/i} \right) =$$

$$= \underbrace{V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \cos(\varphi_{v/i})}_{\text{Puissance active "P"}} + j \, \underbrace{V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(\varphi_{v/i})}_{\text{Puissance réactive "Q"}}$$

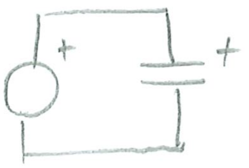
$$\boxed{\overline{S} = P + jQ}$$

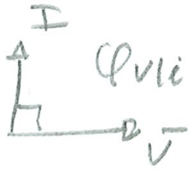


Triangle de Puissance

* La puissance réelle P est la puissance moyenne (watts) fournie à la charge.
* C'est la seule puissance utile, effectivement dissipée par la charge.
* La puissance réactive Q mesure l'échange d'énergie entre la source et la "partie réactive" de la charge
* Unité : Volt-Ampère Réactive (**VAR**)

Cas particulliers:





$\varphi_{v/i} = -90$

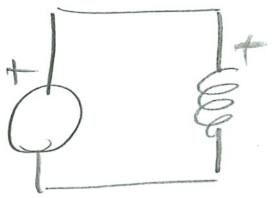
$P = 0$

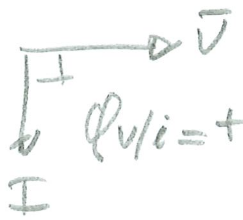
$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \underbrace{\sin(-90°)}_{-1} =$

$= -V_{ef} \cdot I_{ef} < 0$

Un condensateur consomme de la puissance réactive négative : $Q_{cond} < 0$

— x —





$\varphi_{v/i} = +90$

$P = 0$

$Q = V_{ef} \cdot I_{ef} \cdot \sin(+90°) =$

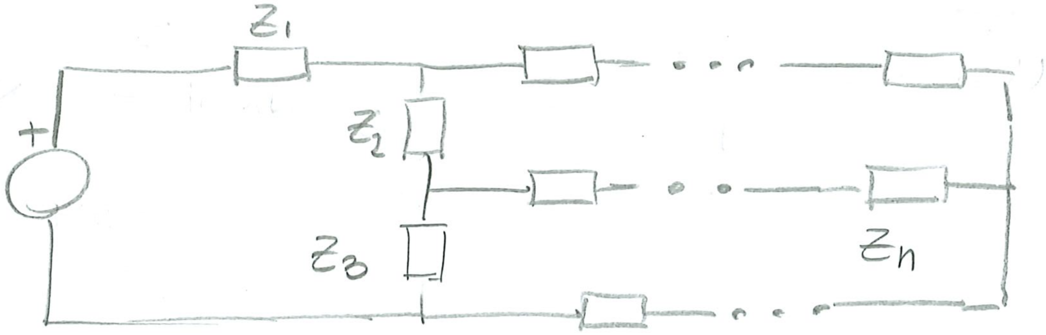
$= +V_{ef} \cdot I_{ef} > 0$

Une inductance consomme de la puissance réactive positive : $Q_{ind} > 0$

— x —

Conservation de puissance en régime AC

On montre que le principe de conservation de puissance se vérifie pour les circuits AC



$$Z_1,\ Z_2,\ Z_3,\ \dots\ Z_n$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow$$

$$\bar{S}_1\quad \bar{S}_2\quad \bar{S}_3\qquad \bar{S}_n$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{S}_{TOTALE} = \bar{S}_1 + \bar{S}_2 + \bar{S}_3 + \dots + \bar{S}_n}$$

(Théorème de Boucherot)

Conséquences :

$$\boxed{\begin{aligned} P_T &= P_1 + P_2 + \dots + P_n \\ Q_T &= Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \\ |S_T| &\neq |S_1| + |S_2| + \dots + |S_n| \end{aligned}}$$