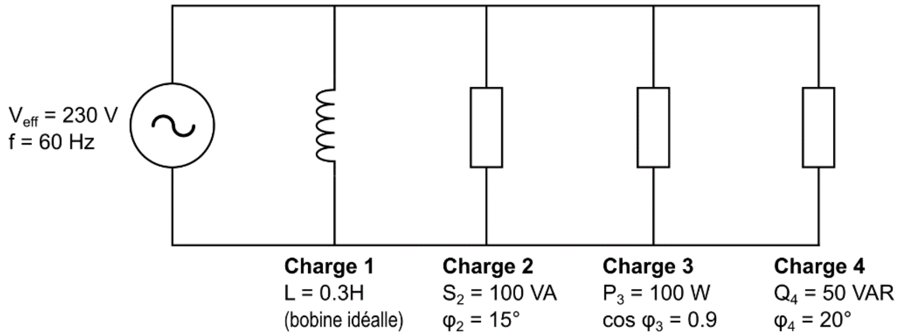
Licence « Sciences pour l'ingénieur »
DS 2.3 - Énergétique et circuits électriques
Contrôle continu #2 (90 minutes) - 2024/2025

- L'utilisation du téléphone portable, <u>même en mode calculatrice</u>, ainsi que de tout autre appareil électronique est strictement interdite.
- Seuls documents autorisés : aide-mémoires préparés par l'enseignant et distribués pendant les TD.
- Calculatrice autorisée.
- Vous pouvez utiliser un crayon (évite les ratures et fait gagner du temps).
- Justifiez vos résultats !

Exercice 1 : Puissance AC (40 min, 10/20 points)

La figure suivante représente une installation composée de quatre charges connectées en parallèle.

La première charge est une inductance pure de 0,3 H. Pour les autres charges, les valeurs de puissance sont indiquées sous chacune d'elles.



Calculer

a. Les puissances active, réactive et apparente de l'installation (P, Q, S). Dessiner le triangle de puissance.
b. Le facteur de puissance (cos φ) de l'installation et designer le triangle de puissance.
c. Le courant efficace à l'entrée de l'installation.
d. L'impédance équivalente de l'installation **Z=R+jX**. Dessiner le triangle d'impédance
e. La capacité du condensateur à installer en parallèle de l'installation pour obtenir un cosφ égal à 1.0 (donc φ = 0°).
f. Le courant efficace à l'entrée de l'installation après avoir connecté le condensateur.

Aide-mémoire trigonométrie / triangle de puissance / triangle d'impédance :

$$\cos\varphi = \frac{P}{|S|} \qquad \cos\varphi = \frac{R}{|Z|}$$

$$\sin\varphi = \frac{Q}{|S|} \qquad \sin\varphi = \frac{X}{|Z|}$$

$$\tan\varphi = \frac{Q}{P} \qquad \tan\varphi = \frac{X}{R}$$

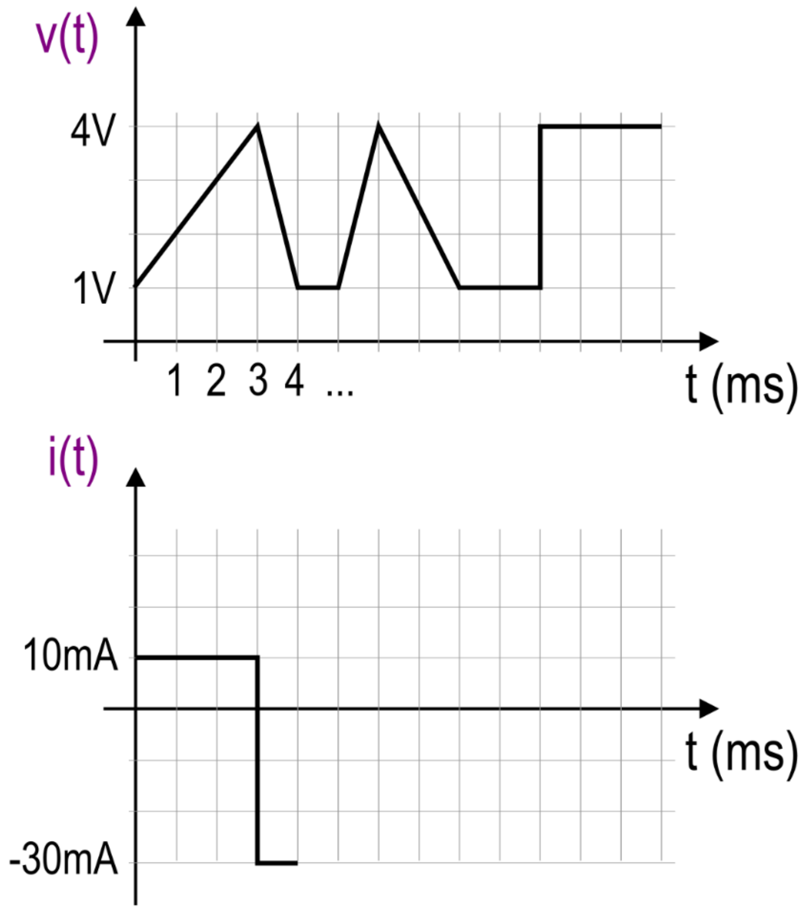
$$|S| = \sqrt{P^2 + Q^2} = V_{ef} I_{ef} \qquad |Z| = \sqrt{R^2 + X^2} = \frac{V_{ef}}{I_{ef}}$$

Exercice 2 : Inductance/condensateur (15 min, 4/20 points)

La figure ci-dessous représente l'évolution de la tension $v(t)$ et du courant $i(t)$ aux bornes d'un dipôle, pour t en **millisecondes**.

a. Nature du dipôle : Déterminer s'il s'agit d'un condensateur ou d'une inductance. **Justifier soigneusement votre réponse** à partir de l'allure de $v(t)$ et (t).

b. Compléter le graphe du courant $i(t)$ pour les instants postérieurs à t=4 ms. Si nécessaire, utilisez la fonction **delta de Dirac** pour représenter les variations instantanées. **N'oubliez pas d'indiquer les aires correspondantes**.

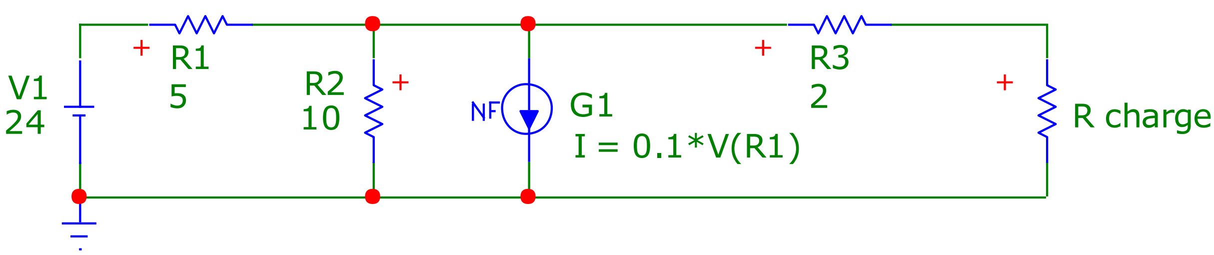


Exercice 3 : Thevenin (35 min, 6/20 points)

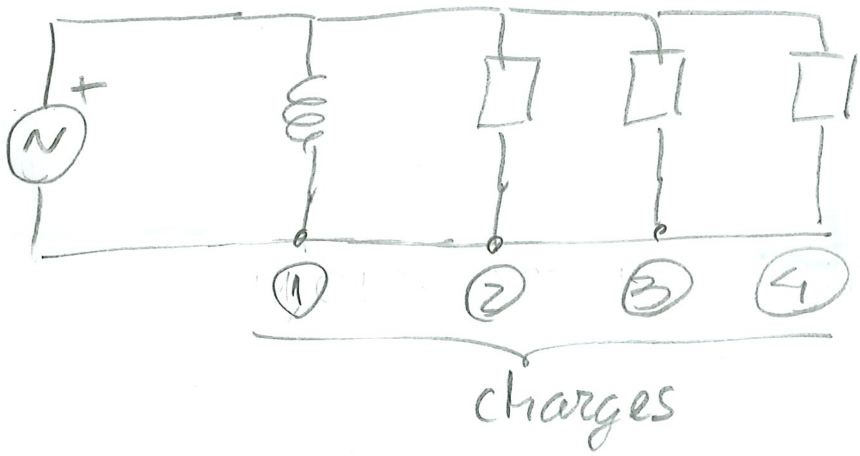
La figure ci-dessous représente un circuit comprenant une source de tension continue V1=24 V, trois résistances R1=5 Ω, R2=10 Ω et R3=2 Ω, une source de courant **dépendante** notée G1 avec I = 0,1·V(R1), où V(R1) désigne la tension aux bornes de R1. Le circuit est connecté à une résistance de charge.

a. Calculer la tension de Thévenin V_{TH} et la résistance de Thévenin R_{TH} vues depuis les bornes de la résistance de charge.

b. Calculer la tension aux bornes de la résistance de charge si celle-ci vaut 8 Ω.



Ex 1)



a)

Charge 1 :

$L_1 = 0{,}3\,H$

$P_1 = 0$ (inductance pure)

$Q_1 = \dfrac{V_{ef}^2}{\omega . L_1}$ (voir aide-mémoire)

$\omega = 2\pi f$

$Q_1 = \dfrac{230^2}{2\pi 60 . 0{,}3} = 467{,}74\,VAR$

— x —

Charge 2 :

$S_2 = 100VA$

$\varphi_2 = 15°$

$P_2 = S_2 . \cos\varphi_2 = 100 . \cos(15°) = 96{,}59\,W$

$Q_2 = S_2 \sin\varphi_2 = 100 . \sin(15°) = 25{,}88\,VAR$

Charge 3:

$$\left.\begin{array}{l} P_3 = 100W \\ \cos\varphi_3 = 0{,}9 \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} \varphi_3 = \arccos(\cos(\varphi_3)) = 25{,}84° \\ Q_3 = P_3 \cdot tg\,\varphi_3 = \underline{48{,}43 \text{ VAR}} \end{array}$$

— x —

Charge 4:

$$\left.\begin{array}{l} Q_4 = 50 \text{ VAR} \\ \varphi_4 = 20° \end{array}\right\} \quad P_4 = \frac{Q_4}{tg(\varphi_4)} = \frac{50}{0{,}364} = \underline{137{,}37 \text{ W}}$$

— x —

$$P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 =$$

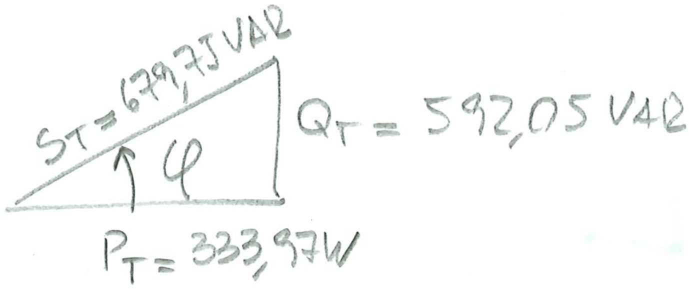
$$= 0 + 96{,}59 + 100 + 137{,}37 = \underline{333{,}97 W}$$

$$Q_T = Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4$$

$$= 467{,}74 + 25{,}88 + 48{,}43 + 50 = \underline{592{,}05 \text{ VAR}}$$

$$S_T = \sqrt{P_T^2 + Q_T^2} = \underline{679{,}75 \text{ VA}}$$

— x —



b) Facteur puissance

$$FP = \cos\varphi = \frac{P_T}{S_T} = 0,4913$$

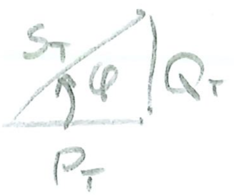
c) $S_T = V_{ef} \cdot I_{ef} \Rightarrow I_{ef} = \frac{S_T}{V_{ef}} = \frac{679,75\,VA}{230\,V}$

$$= 2,96\,A$$

d) $Z = R + jX$

* $|Z| = \frac{V_{ef}}{I_{ef}} = \frac{230}{2,96} = 77,82\,\Omega$

* Angle : le même que l'angle du Δ de puissance



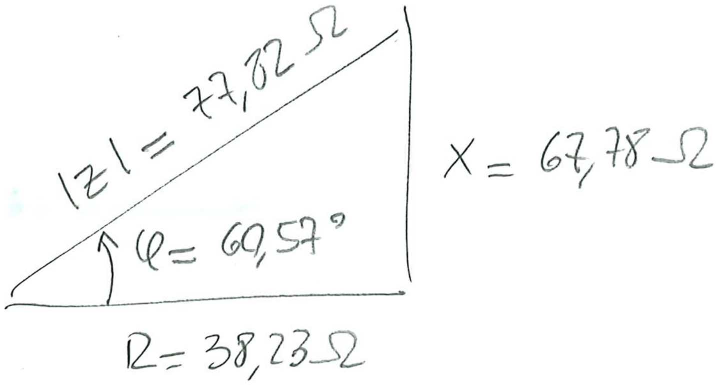
$\cos\varphi = \frac{P_T}{S_T} = 0,4913 \Rightarrow \varphi = \arccos(0,4913)$

$$= 60,57°$$

$$\Rightarrow Z = (77,82 \angle 60,57°)\,\Omega$$

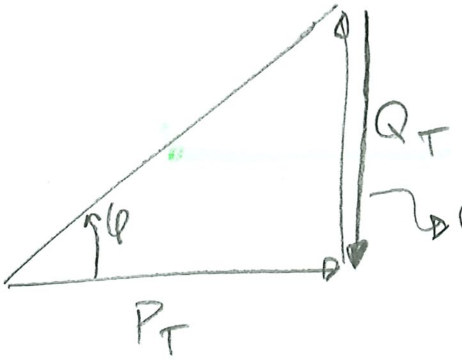
$$= 77,82\cos\varphi + j\,77,82\cdot\sin\varphi =$$

$$= (38,23 + j\,67,78)\,\Omega$$



— x —

e)



$\rightarrow Q_{cond} = -Q_T \Rightarrow \varphi = 0°$

Donc :

$$\left.\begin{array}{l} Q_{cond} = -592{,}05\ VAR \\ Q_{cond} = -V_{ef}^2 . \omega . C \\ \text{(voir aide-mémoire)} \end{array}\right\} C = \frac{592{,}05}{230^2 . 2\pi . 60}$$

$$= 2{,}96 \times 10^{-5} F$$

$$= 29{,}68 \mu F$$

— x —

f) Le nouveau Δ de puissance :

$$\xrightarrow[P_T]{S_T = P_T} Q_T = 0$$

Donc : $\underbrace{S_T}_{P_T} = V_{ef} \cdot I_{ef} \Rightarrow \boxed{I_{ef}} = \dfrac{P_T}{V_{ef}}$

$$= \frac{333{,}97\,W}{230\,V}$$

$$= \boxed{1{,}45\,A}$$

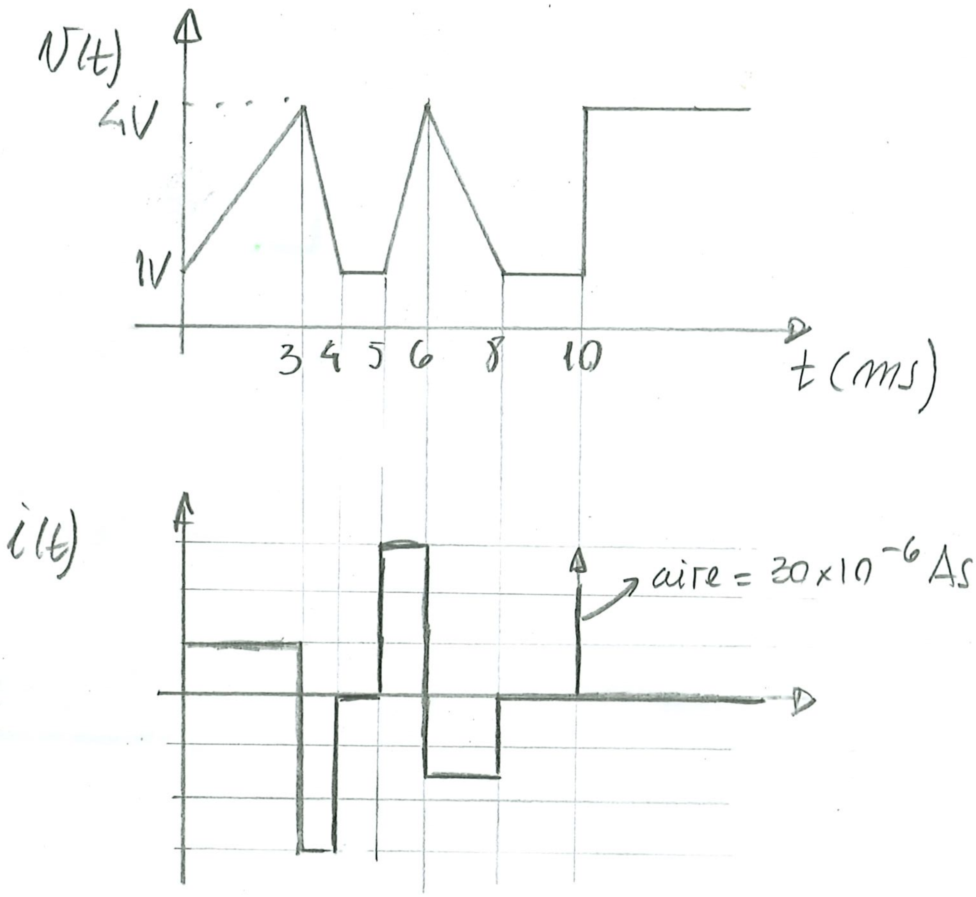
Résumé

I_{eff} sans cond : $2{,}96\,A$ ($P_T = 333{,}97\,W$)

I_{eff} avec cond : $1{,}45\,A$ ($P_T = 333{,}97\,W$)

→ Même puissance active, avec courant plus faible !

Ex. 2)



C → $i_C = C \cdot \frac{dv_C}{dt}$ → si i = constant, v varie linéairement ⇒ good !! :)

L → $v_L = L \frac{di_L}{dt}$ → si v = constante, i varie linéairement ⇒ pas bon :(

⇒ Il s'agit d'un condensateur

- $t : 0 .. 3\ ms$

$$i = C \cdot \frac{dV}{dt} = C \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} \Rightarrow C = \frac{i}{\frac{\Delta V}{\Delta T}} = \frac{10 \times 10^{-3}}{\frac{(4-1)}{3 \times 10^{-3}}}$$

pente constante

$$= 1 \times 10^{-5}\ F$$

$$= \underline{10\ \mu F}$$

- $t : 4 .. 5\ ms$

$V =$ constante $\Rightarrow i = 0$

- $t : 5 .. 6\ ms$

$$i = C \cdot \frac{dV}{dt} = C \cdot \frac{\Delta V}{\Delta T} = 10 \times 10^{-6} \times \frac{(4-1)}{1 \times 10^{-3}} = 0{,}03\ A$$

$$= \underline{30\ mA}$$

- $t : 6 .. 8\ ms$

$$i = C \frac{dV}{dt} = C \cdot \frac{\Delta V}{\Delta t} = 10 \times 10^{-6} \cdot \frac{(1-4)}{2 \times 10^{-3}} = \underline{-15\ mA}$$

- $t : 8 \ldots 10\,ms$:

  $v = const \Rightarrow i = 0$

- $t = 10\,ms$:

  Variation instantanée de $v(t) \Rightarrow i(t) \to \infty$

  $$\text{Aire } i(t) = C \cdot \Delta v = 10 \times 10^{-6} \cdot (4-1) = 3 \times 10^{-5}$$

  $$= 30\,\mu(A \cdot s).$$

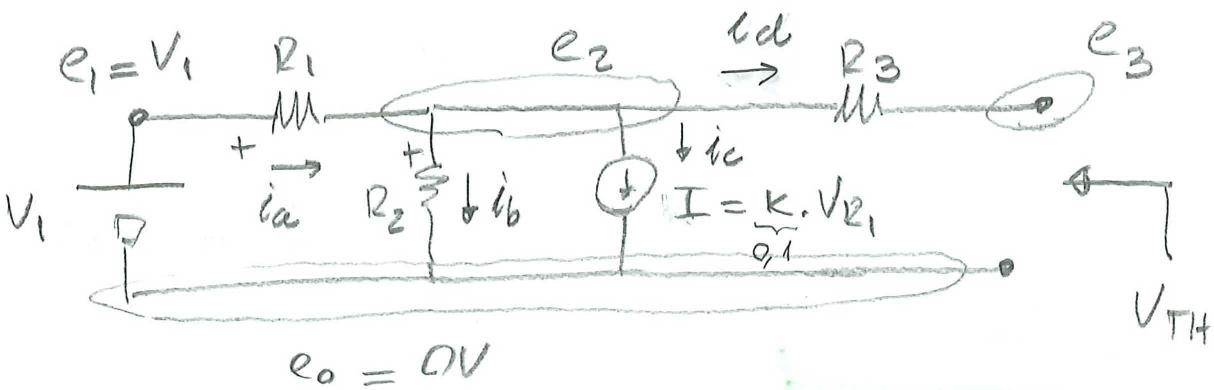
- $t > 10\,ms$

  $v : const \Rightarrow i = 0$

———— x ————

Ex 3)

Thevenin : V_{TH} : il faut déconnecter la charge et calculer la tension :

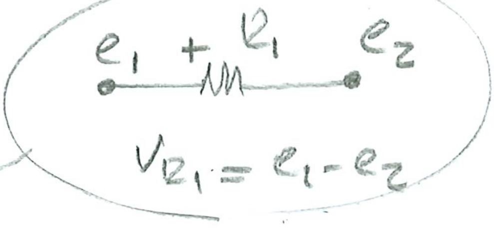


$e_1 = V_1$ (facile !)

LKC sur e_2 :

$$\underbrace{i_a}_{\frac{e_1 - e_2}{R_1}} - \underbrace{i_b}_{\frac{e_2 - \emptyset}{R_2}} - \underbrace{i_c}_{\underbrace{k}_{0,1} . \underbrace{V_{R_1}}_{e_1 - e_2}} - \underbrace{i_d}_{0} = 0$$

$0 \Rightarrow$ circuit ouvert !!



Donc :

$$\frac{e_1 - e_2}{R_1} - \frac{e_2}{R_2} - k.(e_1 - e_2) = 0$$

$\downarrow$

$$\underbrace{e_1}_{V_1}\left(\frac{1}{R_1}-K\right)+e_2\left(-\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}+K\right)=0$$

$$\Rightarrow \boxed{e_2}=\frac{V_1\left(\frac{1}{R_1}-k\right)}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}-k}=\frac{24\left(\frac{1}{5}-0{,}1\right)}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}-0{,}1}=\boxed{12\,V}$$

Donc :

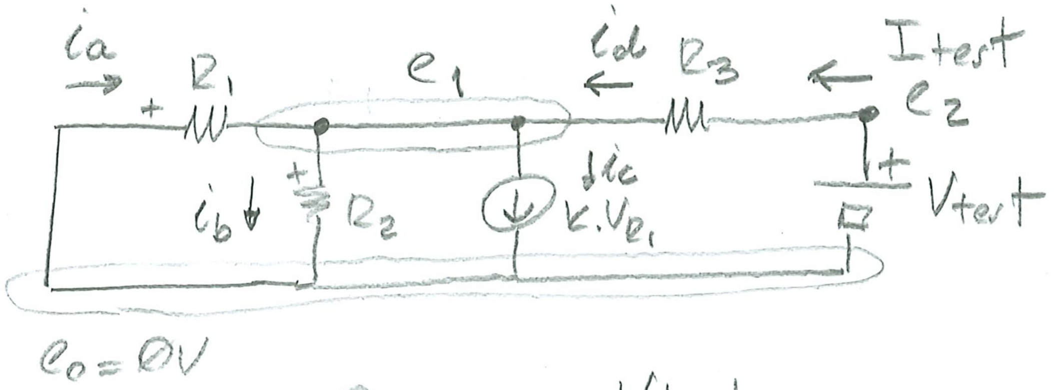
$$\boxed{V_{TH}}=e_2=\boxed{12\,V}$$

—— x ——

Calcul de R_{TH}

a) Neutraliser les sources indép. (V_1 : )

b) Vu qu'il y a une source dép ⇒ il faut placer une source de test V_{test} et calculer le courant I_{test}.



$$\Longrightarrow R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}}$$

Methode noeuds:

LKC sur e_1:

$$\underbrace{i_a}_{\frac{e_0-e_1}{R_1}} - \underbrace{i_b}_{\frac{e_1}{R_2}} - \underbrace{i_c}_{k.\underbrace{V_{R_1}}_{\underbrace{e_0-e_1}_{\emptyset}}} + \underbrace{i_d}_{\underbrace{I_{test}}_{\frac{e_2-e_1}{R_3}}} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{e_1}{R_1} - \frac{e_1}{R_2} - k.(0-e_1) + \frac{e_2-e_1}{R_3} = 0$$

$$e_1\left(-\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + k - \frac{1}{R_3}\right) + \frac{e_2}{R_3} = 0$$

$$e_2 = V_{test} = 1 \text{ Volt}$$

on peut fixer
une valeur arbitraire

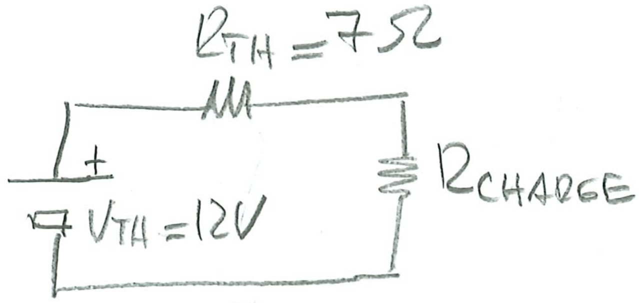
$$e_1 = \frac{\frac{e_2}{R_3}}{\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2}+\frac{1}{R_3}-k} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{2}-0{,}1} = \underline{0{,}714V}$$

Pour calculer I_{test} :

$$I_{test} = \frac{e_2 - e_1}{R_3} = \frac{1V - 0{,}714V}{2} = \underline{0{,}1429A}$$

$$\Longrightarrow R_{TH} = \frac{V_{test}}{I_{test}} = \frac{1}{0{,}1429} = \underline{7\ \Omega}$$

Résumé :



Diviseur de tension

Si $R_{charge} = 8\Omega \rightarrow V_{Rcharge} = V_{TH} \cdot \frac{R_{CHARGE}}{R_{TH}+R_{CHARGE}}$

$$= 12 \cdot \frac{8}{7+8} = \underline{6{,}4V}$$